

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

MÁSTER EN INGENIERÍA ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
AUTOMÁTICA



TESIS DE MÁSTER

Análisis y simulación de potenciales de carril
en sistemas ferroviarios de tracción en DC

AUTOR: Jorge Valero Rodríguez.

DIRECTOR: Javier Sanz Feito.

Noviembre 2011

Agradecimientos

En primer lugar, me gustaría agradecer la oportunidad que me ha brindado Javier de poder trabajar con él y disfrutar de su compañía. Las largas conversaciones, las bromas, las risas y su amistad son para siempre. Gracias Javier por hacerme soñar.

También quisiera dar las gracias a Lucía por su amistad y comprensión. Por estar siempre dispuesta a echarme una mano, especialmente en los momentos difíciles.

Agradecer a la empresa ELECTREN S.A. la financiación recibida, que nos ha permitido profundizar en el mundo de la tracción ferroviaria. El cálido trato de sus integrantes y su amistad.

A todos los compañeros de universidad Nacho, Miriam, Gloria, Miguel, Diego, Ricardo, Virgilio, Álvaro, Sandra, Jorge, Hortensia, María Ángeles, Mónica, Guillermo, Juan Carlos, Juanma y tantos otros que han hecho que haya merecido la pena llegar hasta este punto.

A Manuel, Juan, Gabi, Dome, Tony, a la gente del barrio y del baloncesto.

Pero en especial, este trabajo está dedicado a mis padres Nieves y Antonio. Gracias por todo.

Índice

Índice	i
Lista de figuras	v
Lista de tablas	ix
Resumen	xi
Abstract	xii
1 Introducción	1
1.1 Motivación.....	1
1.2 Objetivos de la tesis fin de máster.....	2
1.3 Estructura de la tesis fin de máster.	2
2 Tracción ferroviaria. Estado del arte	5
2.1 Tracción ferroviaria.....	5
2.1.1 Sistema de electrificación ferroviaria.	6
2.1.1.1 Sistema de generación de potencia.	7
2.1.1.2 Sistema de transporte de alta tensión.	7
2.1.1.3 Sistema de alimentación.	7
2.1.1.4 Sistema de distribución de energía a las cargas móviles.	8
2.1.1.5 Componentes propios del material rodante.	8
2.1.2 Infraestructura de vía.....	8
2.1.3 Superestructura de vía.....	8
2.2 Tecnologías de tracción ferroviaria.	10
2.2.1 Sistemas ferroviarios en corriente continua.....	11
2.2.2 Sistemas ferroviarios en corriente alterna.....	14
2.3 El circuito eléctrico de tracción ferroviaria.....	15

2.4 Estado del arte.....	17
2.4.1 Circuito de retorno en tracción eléctrica.....	17
3 Subestaciones de tracción	21
3.1 Condiciones normales de funcionamiento.....	22
3.1.1 Simulaciones.....	28
3.1.1.1 Tensión pantógrafo-carril, $U(x)$	29
3.1.1.2 Corriente consumida por el tren, $I(x)$	29
3.1.1.3 Potencia generada por la subestación, $P_{sub}(x)$	30
3.1.1.4 Potencia disipada en la catenaria, $P_{cat}(x)$	31
3.1.1.5 Porcentaje de potencia disipada en la catenaria.....	31
3.2 Condiciones cortocircuito.....	32
3.2.1 Simulaciones.....	33
3.2.1.1-Corriente de cortocircuito.....	33
4 Características del circuito de retorno	35
4.1 Sistemas de tracción en corriente continua.....	36
4.2 Efectos de las corrientes vagabundas en las explotaciones ferroviarias.....	37
4.3 Reducción de las corrientes vagabundas.....	38
4.4 Características eléctricas del circuito de retorno.....	38
4.4.1 Resistividad del terreno.....	39
4.4.2 Conductancia del sistema carril-tierra.....	40
5 Modelo matemático de carril.....	43
5.1 Consideraciones previas.....	46
5.2 Topología del modelo de carril.....	48
5.3 Cálculo de la corriente que circula por el carril.....	52
5.4 Resistencia media de carril.....	54
5.5 Corriente media que circula por el carril.....	55
5.6 Potenciales de carril.....	56
6 Simulaciones.....	59
6.1 Tensiones accesibles.....	59
6.1.1 Distribución espacial de tensiones accesibles.....	62
6.1.2 Evolución de la tensión accesible en un punto.....	64
6.2 Tensiones de contacto.....	65
6.2.1 Distribución espacial de tensiones de contacto.....	67
6.2.2 Evolución de la tensión de contacto en un punto.....	70

7 Conclusiones y trabajos futuros	71
7.1 Conclusiones y principales contribuciones.	71
7.2 Trabajos futuros.....	73
Anexo A-Dinámica del tren	75
A.1 Esfuerzo de tracción o frenado.	75
A.2 Resistencia de inercia para acelerar o frenar el tren.....	76
A.3 Resistencia total al avance.	77
A.3.1 Resistencia al avance en recta.	78
A.3.2 Resistencia al avance en curva.	79
A.3.3 Resistencia al avance en pendiente o en rampa.	80
A.3.4 Consideración conjunta de la resistencia al avance en curva y en rampa.....	81
A.3.5 Resistencia total al avance.....	81
A.4 Expresión completa de la ecuación del movimiento del tren.	82
A.5 Cálculo de la potencia consumida en cada punto del trazado ferroviario.	82
Anexo B-Términos ferroviarios.....	83
B.1 Superestructura e infraestructura de vía.....	83
B.2 Sistemas de alimentación de potencia a la tracción.....	84
B.3 Circuitos de retorno de corriente.	86
B.4 Puestas a tierra y conexiones.	87
B.5 Tensiones y circuitos eléctricos.	88
B.6 Captación de corriente.	89
B.7 Disipación de corrientes.	89
Referencias	91

Lista de figuras

Figura 2.1 -Sistema general de electrificación ferroviaria.	7
Figura 2.2 -Sección transversal del carril <i>UIC-60</i>	9
Figura 2.3 -Traviesa de hormigón bloque.	10
Figura 2.4 -Configuración de un rectificador de 12 pulsos.	11
Figura 2.5 -Esquema eléctrico en explotaciones ferroviarias de DC.	13
Figura 2.6 -Esquema eléctrico en explotaciones ferroviarias de AC.	15
Figura 2.7 -Circuito eléctrico de tracción ferroviaria.	16
Figura 2.8 - Modelo de carril simplificado.	18
Figura 2.9 - Modelo de carril avanzado.	19
Figura 3.1 -Subestación de tracción rectificadora con topología en Γ	21
Figura 3.2 - Topología Γ en condiciones normales.	22
Figura 3.3 -Error relativo para $G'_{TE}=0.1 \text{ S/km}$ y $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$ (%).	25
Figura 3.4 -Tensión pantógrafo-carril (V).	29
Figura 3.5 -Corriente consumida por el tren (A).	29
Figura 3.6 -Potencia generada por la subestación (W).	30
Figura 3.7 -Potencia disipada en la catenaria (W).	31

Figura 3.8- Porcentaje de potencia disipada en la catenaria (%).....	31
Figura 3.9- Topología Γ en condiciones de cortocircuito.....	32
Figura 3.10- Corriente de cortocircuito (A).	33
Figura 5.1- Circuito de tracción en condiciones normales de explotación.....	44
Figura 5.2- Circuito de tracción en condiciones de cortocircuito.	44
Figura 5.3- Circuito de tracción genérico.....	45
Figura 5.4- Circuito de tracción genérico dividido en tramos.....	46
Figura 5.5- Esquema de carriles apoyados sobre traviesas.	48
Figura 5.6- Modelo diferencial de traviesas uniformemente distribuidas.	49
Figura 5.7- Modelo diferencial de traviesas uniformemente distribuidas definitivo.	50
Figura 5.8- Rresistencia efectiva de carril para $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$, (Ω).	55
Figura 5.9- Porcentaje de corriente media para $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$, (%).	56
Figura 6.1- Tensiones accesibles para $G'_{TE}=5 \text{ S/km}$	60
Figura 6.2- Tensiones accesibles para $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$	61
Figura 6.3- Tensiones accesibles para $R'c=0.02 \text{ }\Omega/\text{km}$ y $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$	62
Figura 6.4- Distribución tridimensional de tensiones accesibles (V).	63
Figura 6.5- Distribución bidimensional de tensiones accesibles (V).	63
Figura 6.6- Tensión accesible en el punto kilométrico $x_j=5 \text{ km}$	65
Figura 6.7- Tensión de contacto para $G'_{TE}=5 \text{ S/km}$	66
Figura 6.8- Tensión de contacto para $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$	67
Figura 6.9- Distribución tridimensional de tensiones de contacto.	68
Figura 6.10- Distribución bidimensional de tensiones de contacto.....	69
Figura 6.11- Tensión de contacto en el punto kilométrico $x_j=5 \text{ km}$	70

Figura 7.1 -Circuito de tracción con dos vehículos en condiciones normales.	74
Figura A.1 -Pendiente de ángulo α	80

Lista de tablas

Tabla 4.1- Tensiones de contacto máximas en DC en condiciones de corta duración.....	36
Tabla 4.2- Tensiones accesibles máximas en DC en régimen cuasi-permanente.....	36
Tabla 4.3- Resistividad de diferentes tipos de terreno.....	39
Tabla 4.4- Valores típicos de la conductancia lineal a tierra de los carriles, G'_{TE}	41

Resumen

El ferrocarril es un modo de transporte estratégico en la sociedad española actual, energéticamente eficiente y con escaso impacto medioambiental. Conviene, por ello, potenciarlo como modo transporte rápido, seguro y moderno, capaz de competir con otros modos de transporte y de convertirse en instrumento para mejorar la calidad de vida de los ciudadanos.

La necesidad de convertir el ferrocarril en un modo de transporte competitivo hace necesario llevar a cabo estudios de optimización de las instalaciones y trazados ferroviarios con objeto de que las empresas españolas sean lo más competitivas posibles, tanto en territorio nacional como en el extranjero.

En este sentido, este trabajo es el inicio del proyecto subvencionado por la empresa ELECTRÉN S.A. cuyo objetivo final es desarrollar un software que permita diseñar y dimensionar trazados ferroviarios en corriente continua y alterna de manera óptima.

En particular, esta tesis fin de máster se centra en el análisis de las corrientes vagabundas y los potenciales de carril que se generan en los sistemas de tracción ferroviaria en corriente continua. Su estudio resulta esencial para garantizar la seguridad de equipos y personas, así como para el mantenimiento de las infraestructuras ferroviarias sometidas continuamente a fenómenos de corrosión.

Abstract

The railway is a strategic transport mode in the Spanish society, energetically efficient and with a low environmental impact. Therefore, it should be strengthened as a fast, safe and modern mode of transport, capable of competing with other transport modes and becoming an instrument to improve the quality of life of the citizens.

The necessity of converting railways into a competitive mode of transport makes it necessary to carry out optimization studies of railway lines with the final purpose of Spanish companies being as competitive as possible, both nationally speaking as well as abroad.

In this sense, this work is the beginning of the project funded by the Spanish company ELECTREN S.A., whose ultimate goal is to develop a software that allows designing and dimensioning both, DC and AC railway lines in an optimal way.

In particular, this master thesis focuses on the analysis of stray currents and rail potentials generated in DC traction systems current. These kinds of studies are essential to ensure the safety of equipment and people, as well as the maintenance of rail infrastructure, subjected to corrosion continuously.

1 Introducción

En este capítulo se detallarán los motivos que han propiciado la realización de la presente tesis fin de máster, así como los objetivos que se han perseguido durante su desarrollo. Como punto final, se presentan los diferentes capítulos que componen el documento.

1.1 Motivación.

La presente tesis de fin de máster se enmarca dentro de la *Cátedra Electrén* desarrollada en el *Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Carlos III de Madrid*. El objeto de dicha tesis fin de máster es elaborar un *modelo eléctrico de carril-travesía* junto con un modelo de cálculo y simulación de las diferencias de potencial que se establecen entre el carril y el terreno a lo largo del trazado ferroviario, según la posición del tren.

Posteriormente, dicho modelo se implementará en una aplicación informática diseñada para dimensionar, de forma óptima, trazados ferroviarios en corriente continua, en función de diversos parámetros de diseño tales como: número de vehículos de tracción situados en un mismo cantón, potencia consumida por cada vehículo, características de la catenaria y los carriles, y topologías de las subestaciones de tracción.

La importancia del modelo carril-travesía desarrollado radica en la necesidad de determinar y analizar los *denominados potenciales* de carril, perjudiciales tanto para equipos como para personas.

- *Tensiones accesibles*, en condiciones normales de operación.
- *Tensiones de contacto*, en condiciones de cortocircuito.

Tales diferencias de potencial entre carril y tierra se generan como consecuencia de las *corrientes de retorno* que, efectivamente, circulan por el carril, así como las *corrientes vagabundas* que se disipan a través del terreno.

1.2 Objetivos de la tesis fin de máster.

El objetivo principal de la tesis fin de máster es, como ya se ha comentado, caracterizar las distribuciones de potenciales de carril que se establecen entre los carriles y tierra como consecuencia de las fugas de corriente que se producen a través de las traviesas, tanto en condiciones normales de explotación como en condiciones de cortocircuito.

Para alcanzar este objetivo global, es necesario establecer los hitos intermedios que se describen a continuación:

1. Caracterizar el circuito de tracción conforme a la topología de subestación planteada (topología en Γ).
2. Analizar las corrientes de tracción, en función de la potencia consumida por el vehículo, y las corrientes de cortocircuito que se producen en cada punto del cantón ferroviario.
3. Analizar el circuito de retorno, prestando especial atención a las características físicas de la unión carril-terreno.
4. Desarrollar un modelo matemático del circuito de retorno que permita predecir el valor de las corrientes vagabundas y los potenciales de carril en cada punto.
5. Llevar a cabo las simulaciones necesarias que permitan obtener las distribuciones de potenciales de carril a lo largo del trazado ferroviario.

1.3 Estructura de la tesis fin de máster.

El presente documento se estructura en siete capítulos, sin tener en cuenta la presente introducción, y dos anexos. A saber:

El *Capítulo 2* recoge los conceptos generales relacionados con la tracción ferroviaria, haciendo especial hincapié en los diferentes elementos que lo componen, así como las diferentes tecnologías empleadas en la actualidad: corriente continua y corriente alterna. Al mismo tiempo incluye una revisión del estado del arte referente a la naturaleza de las corrientes vagabundas y los modelos de carril-tierra.

En el *Capítulo 3* se analiza el circuito de tracción de una subestación con *topología en Γ* , que será la que se utilice a lo largo de este trabajo. Por simplicidad de cálculo, se justifica la idoneidad de trabajar con un modelo de carril de resistencia constante, frente al modelo de carril real en el que la resistencia eléctrica es función de su longitud, como consecuencia del fenómeno de disipación de corrientes

En el *Capítulo 4* se presta especial atención al circuito de retorno en sistemas de corriente continua. Se introduce el concepto de corrientes vagabundas y se analizan sus efectos en la explotación ferroviaria.

El *Capítulo 5* centra su atención en el modelo diferencial de traviesas uniformemente distribuidas. Se deducen las ecuaciones que describen el proceso de disipación de corrientes, y a partir de ellas se obtienen las expresiones que determinan el valor de los potenciales de carril en cada punto.

En el *Capítulo 6* se presentan las simulaciones correspondientes a los potenciales de carril en función de las diferentes magnitudes físicas que lo definen. Además, se incluyen dos películas que permiten visualizar la evolución de las tensiones accesibles y de contacto en función de la posición del tren y del cortocircuito, respectivamente.

En el *Capítulo 7* se exponen las principales conclusiones obtenidas durante la realización de la tesis fin de máster, al mismo tiempo que se proponen las posibles líneas de investigación futuras en relación con los conceptos analizados.

En el *ANEXO A* se aborda el cálculo de la potencia eléctrica consumida por un vehículo de tracción ferroviaria en función de la propia inercia del vehículo y las características del trazado ferroviario, tales como la pendiente (rampa), el radio de curvatura y la rejilla de velocidades.

Finalmente, se incluye el *ANEXO B* en el que se recogen las distintas definiciones de los conceptos y vocablos que se han mencionado a lo largo del trabajo, con objeto de facilitar la lectura del documento a todos aquellos lectores que no estén del todo familiarizados con la terminología propia del sector ferroviario.

2 Tracción ferroviaria. Estado del arte

2.1 Tracción ferroviaria.

La tracción ferroviaria en corriente continua se caracteriza por unos elevados consumos de potencia, del orden de MW, que a la tensión de alimentación de catenaria, 1500-3600 V, provocan la circulación de elevadas corrientes, que a su vez generan importantes pérdidas de potencia en la línea aérea de contacto. Tales pérdidas pueden llegar a ser, incluso, del orden de la potencia demandada por la propia locomotora, [1], [2].

El camino de retorno de la corriente desde la locomotora hasta la subestación está formado por los carriles y el propio terreno, ya que con independencia de la magnitud de la corriente, un porcentaje significativo se deriva a tierra a través de las traviesas como consecuencia de que el nivel de aislamiento del carril, si bien es muy elevado, no resulta ser infinito, [1], [2].

Este valor finito de la resistencia de las traviesas, sobre las que descansan los carriles, unido a unos elevados niveles de corriente, dan lugar a las denominadas *corrientes vagabundas* o *stray currents*, [1], [3], que se disipan por el terreno hasta que finalmente afloran en el borne puesto a tierra de las subestaciones de origen. Debe tenerse en cuenta que en todo momento se debe cumplir la primera ley de Kirchhoff, con independencia de la magnitud de las corrientes disipadas.

A su vez, el proceso de disipación de corrientes a tierra provoca la aparición de una distribución longitudinal de diferencias de potencial entre los carriles y tierra que se prolonga lo largo de todo el trazado ferroviario, y que varía en función de la posición del vehículo. Tales diferencias de potencial se denominan *tensiones accesibles*, en condiciones de funcionamiento normales, o *tensiones de contacto*, en condiciones de cortocircuito. Su magnitud puede resultar perjudicial para equipos y personas, lo que hace que sea necesario estudiar y analizar su naturaleza con objeto de poder limitar tales valores durante el diseño del trazado, de acuerdo con la normativa existente [1], [4], [5].

Con carácter previo al estudio de las corrientes vagabundas y tensiones de contacto y accesibles, realizaremos una breve descripción del sistema ferroviario de tracción en su conjunto, con el fin de introducir al lector en el problema que nos ocupa. Para ello analizaremos los principales elementos que componen el trazado, de acuerdo con la bibliografía consultada, [1]-[8], a saber:

- *Sistema de electrificación ferroviaria.*
- *Infraestructura ferroviaria.*
- *Superestructura de vía.*

2.1.1 Sistema de electrificación ferroviaria.

La principal función del sistema de electrificación ferroviaria es asegurar la operación de los vehículos eléctricos de forma segura y confiable, garantizando en todo momento los siguientes criterios:

- Proveer ininterrumpidamente potencia a los vehículos a través del binomio catenaria-pantógrafo.
- Absorber y reutilizar la energía procedente de la frenada de los vehículos (frenada regenerativa).
- Cumplir y garantizar la normativa existente referente a la actividad de explotación del sistema ferroviario (tensiones máximas admisibles pantógrafo-tierra, carril-tierra, máximas intensidades permitidas, etc).

El sistema de electrificación ferroviaria en España es muy complejo, pero de forma genérica se puede considerar formado por los elementos que se detallan a continuación y que se recogen en la **Figura 2.1**

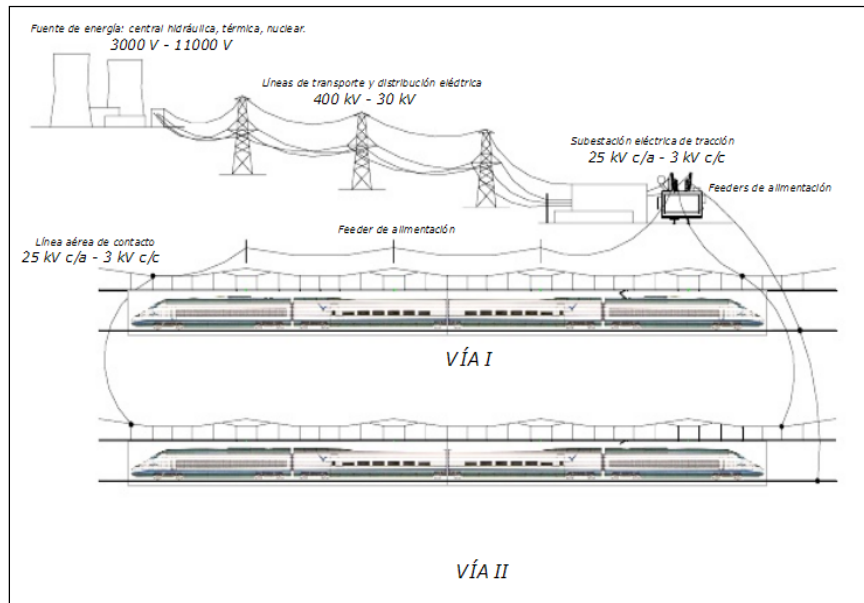


Figura 2.1-Sistema general de electrificación ferroviaria.

2.1.1.1 Sistema de generación de potencia.

Constituido por el sistema de generación que engloba las centrales y plantas de energía del país. En España no existe un parque de centrales específico para alimentar el sistema eléctrico ferroviario, sino que éste se alimenta desde el sistema eléctrico general.

2.1.1.2 Sistema de transporte de alta tensión.

Su función es transportar elevadas potencias a los grandes consumidores industriales que sobrepasan los límites de las líneas de distribución, tal como ocurre con las compañías ferroviarias.

2.1.1.3 Sistema de alimentación.

Formado por las subestaciones de tracción. Existen dos tipos básicos:

- *Subestaciones transformadoras*, en los sistemas de corriente alterna.
- *Subestaciones rectificadoras*, en sistemas de corriente continua. Por lo general, el funcionamiento de éstas últimas es más complejo debido al proceso de rectificación de la tensión, [9].

2.1.1.4 Sistema de distribución de energía a las cargas móviles.

Formado por el conjunto de la catenaria (hilo de contacto, hilo sustentador, feeders de alimentación y de acompañamiento, etc). Su misión es transmitir potencia a las cargas móviles a través del pantógrafo.

2.1.1.5 Componentes propios del material rodante.

Principalmente pantógrafos, motores y los elementos de electrónica de potencia asociados.

2.1.2 Infraestructura de vía.

La *infraestructura* de vía es el conjunto de obras de tierra y de fábrica necesarias para construir la plataforma sobre la que se apoya la superestructura de vía. Entre las principales obras de tierra se pueden mencionar los terraplenes, las trincheras y los túneles, y entre las obras de fábrica podemos destacar los puentes, viaductos, drenajes y pasos a nivel, [3].

2.1.3 Superestructura de vía.

La *superestructura de vía* es el conjunto que comprende todos los elementos que se encuentran situados sobre la *capa de forma o plataforma*, como por ejemplo, los carriles, contracarriles, las traviesas o, en su caso, la placa, las sujeciones, los aparatos de vía y, en su caso, el lecho elástico formado por el balasto, así como las demás capas de asiento, sobre las que estos elementos apoyan.

El *carril*, **Figura 2.2**, es el elemento de la superestructura que soporta directamente las cargas. La forma más utilizada en la actualidad presenta una zona ancha, denominada *patín*, que actúa de base de apoyo y da estabilidad. Una zona intermedia, *alma*, que une las diversas partes que componen el raíl y suministra la inercia a flexión necesaria para garantizar una correcta circulación. Y finalmente, la *cabeza* soporta directamente los esfuerzos derivados del contacto directo con la rueda, siendo, por tanto, la parte que sufre el mayor desgaste

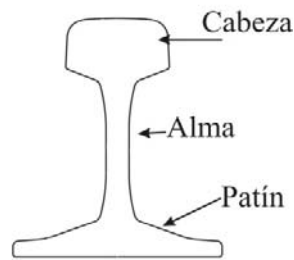


Figura 2.2-Sección transversal del carril UIC-60.

El *carril* se caracteriza fundamentalmente por su forma y peso, dando ésta última cualidad una idea de la robustez y capacidad de resistencia ante las cargas a las que va a estar sometido. En el problema que nos ocupa trabajaremos con un *carril UIC-60*, esto es, un carril cuyo peso lineal es de 54kg/m , y cuya resistencia lineal resulta ser $R'_c=0.01\ \Omega/\text{km}$, de acuerdo con la *Union Internationale des Chemins de Fer*, [10].

Las *funciones del carril* son fundamentalmente tres:

- Resistir y transmitir las cargas del material rodante a los distintos elementos que componen la vía.
- Proveer el correcto guiado de los vehículos y la adherencia necesaria para llevar a cabo las maniobras de frenado y aceleración.
- Servir como circuito eléctrico de conducción de las corrientes de retorno de tracción y señalización. Resulta necesario destacar que por el carril retorna a la subestación un elevado porcentaje de la corriente de alimentación demandada por el motor del vehículo. El porcentaje restante se pierde a través de las traviesas.

En la actualidad, los ferrocarriles metropolitanos y tranvías emplean la denominada *vía en placa*, esto es, una vía colocada sobre una estructura rígida de hormigón, que confía la elasticidad necesaria a elementos flexibles situados entre el carril y la placa. Sin embargo, existen todavía muchos kilómetros de vía en *balasto*, y se siguen construyendo así en los tramos de superficie de muchas ciudades, fundamentalmente por su menor coste. En este proyecto consideraremos que la placa o balasto forman un conjunto uniforme con el terreno, y que el sistema carril-traviesa se apoya directamente sobre dicho conjunto.

Por último, destacar que las *traviesas*, **Figura 2.3**, son el elemento transversal de la vía, situado entre el carril y la placa (balasto). Sirve de soporte a los carriles, mantiene constante el ancho de la vía y su nivelación, soporta los esfuerzos mecánicos en las tres direcciones del espacio y aísla eléctricamente los carriles respecto de tierra. Sin embargo, el nivel de

aislamiento viene limitado por su resistividad, que si bien es elevada ($1000 \Omega \cdot m$ en el caso del hormigón pretensado), no resulta infinita.

Es precisamente este hecho el que da lugar a la existencia de *corrientes de fuga* o *corrientes vagabundas*, que abandonan el carril a través de la traviesa para dispersarse por el terreno, provocando las diferencias de potencial entre carril y tierra objeto de este estudio.

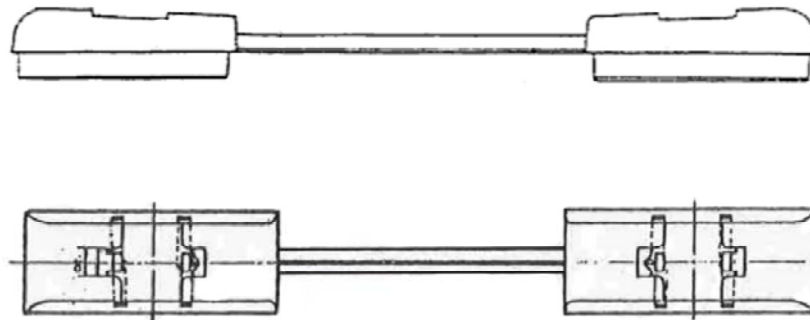


Figura 2.3-Traviesa de hormigón bibloque.

2.2 Tecnologías de tracción ferroviaria.

El *sistema de alimentación ferroviaria*, está formado por las subestaciones de tracción, que se clasifican según se trate de corriente continua o corriente alterna.

- Corriente continua.
 - Sistema de línea aérea de contacto.
 - Sistema de tercer raíl paralelo a los de rodadura.
- Corriente alterna.
 - Sistema monofásico de línea aérea de contacto.
 - Sistema trifásico de línea aérea de contacto.

De los sistemas anteriormente citados, el *sistema de línea aérea de contacto* de corriente continua y el *sistema monofásico* de corriente alterna son los más utilizados por las administraciones ferroviarias.

El *sistema trifásico* de corriente alterna fue descartado hace ya muchos años debido a la complejidad asociada a su montaje.

Por otro lado, el sistema de corriente continua mediante *tercer carril*, aunque se emplea en los sistemas metropolitanos, no se suele utilizar en las electrificaciones interurbanas puesto

que tiene como principal inconveniente el situar la tensión de tracción a nivel del suelo y, por tanto, muy cerca de los carriles.

2.2.1 Sistemas ferroviarios en corriente continua.

En la actualidad cerca de la mitad de los sistemas de tracción usan corriente continua provista por subestaciones rectificadoras. Se caracterizan por disponer de transformadores con *dos devanados secundarios*, uno en *estrella* y el otro en *triángulo*. Ambos devanados se conectan a un *rectificador de tracción*, normalmente de doce pulsos, [9].

El *rectificador de tracción de doce pulsos* se forma a partir de dos rectificadores trifásicos de onda completa no controlados conectados en serie, y cada uno de ellos acoplado a uno de los secundarios con las configuraciones en estrella y triángulo, tal como muestra la **Figura 2.4**. De esta forma las tensiones de salida de la configuración en triángulo estarán desfasadas -30° respecto de la configuración en estrella, y se obtendrán doce pulsos de rectificación en lugar de seis.

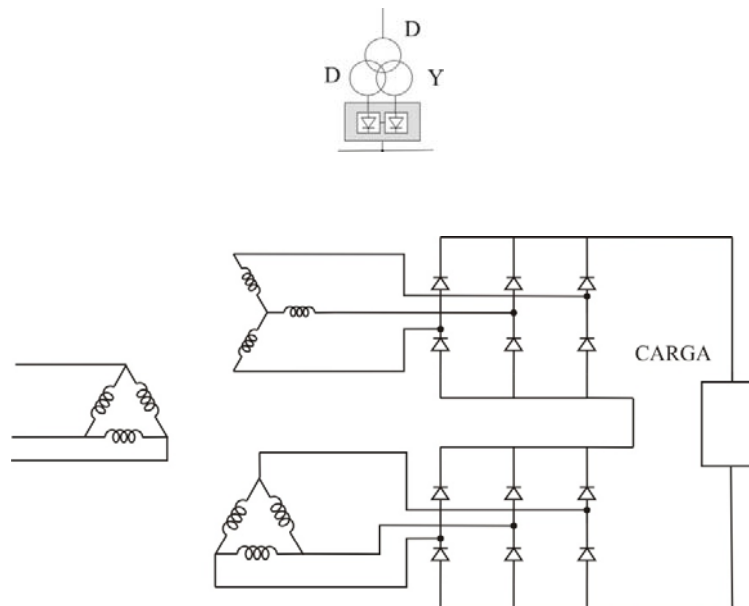


Figura 2.4-Configuración de un rectificador de 12 pulsos.

Ambos montajes deben compartir la misma intensidad, puesto que están conectados en serie. Sin embargo la tensión de salida será la suma de tensiones de salida de cada grupo rectificador:

$$I = I_Y = I_{\Delta} \quad (2.1)$$

$$U = U_Y + U_{\Delta} \quad (2.2)$$

La existencia de sistemas ferroviarios en corriente continua tiene su origen en las buenas prestaciones electromecánicas que presenta del *motor de corriente continua*: fuerte par de arranque, elevada gama de velocidades y fácil regulación, que han hecho que se extienda su uso como primera máquina eléctrica destinada a la tracción ferroviaria, a pesar poseer un mantenimiento caro y laborioso, [1].

Los sistemas más comúnmente empleados en la tracción ferroviaria, con corriente continua presentan unos niveles de tensión nominal de valor 0.6 kV , 0.75 kV , 1.5 kV , 3 kV y 3.6 kV , [1].

No obstante, el reducido nivel de voltaje empleado en tales sistemas es una seria desventaja, puesto que hace necesario disponer de una elevada corriente para transmitir la potencia demandada por el vehículo, con las elevadas pérdidas de potencia en catenaria que ello conlleva.

Una forma de limitar las pérdidas es aumentar la sección efectiva del conjunto de la catenaria mediante feeders de acompañamiento, lo que se traduce en un aumento en el coste asociado de cables y apoyos mecánicos, ya que es necesario redimensionar el trazado para tener en cuenta el incremento de las cargas del tendido eléctrico.

Otra posible solución es reducir la distancia entre subestaciones, dando lugar a un incremento en el número de las mismas y generando un importante sobre coste de la explotación.

En resumidas cuentas, el ingeniero ferroviario se enfrenta a una complicada labor durante el proceso de optimización del trazado, ya que debe garantizar en todo momento un compromiso entre la eficiencia y el coste final de la explotación.

Por otro lado, en los sistemas de corriente continua, la existencia de corrientes vagabundas puede causar serios *problemas de corrosión* a las infraestructuras metálicas aledañas a la vía, [11]. Elementos tales como tuberías, postes metálicos, cimientos, refuerzos y sujeciones de acero, puentes o viaductos están claramente expuestos a tales procesos de degradación, con el consiguiente coste económico de mantenimiento y reposición que ello conlleva. Por esta razón, en explotaciones de DC debe existir una *estricta separación entre*

el circuito de retorno y los sistemas de puesta a tierra. En consecuencia, *ninguna parte del circuito de retorno de tracción tendrá conexión eléctrica directa con instalaciones, componentes o estructuras que estén puestas a tierra* [1], [4], [5].

Por consiguiente, resulta fundamental diseñar el trazado ferroviario garantizando que los carriles presenten una elevada resistencia de puesta a tierra y una elevada resistencia respecto de los sistemas de puesta a tierra de las instalaciones próximas, con objeto de limitar al máximo las pérdidas de corriente a través del terreno.

En la **Figura 2.5** se representa la separación eléctrica entre los circuitos de retorno y los circuitos de puesta a tierra de las diferentes infraestructuras ferroviarias, donde los sistemas de puesta a tierra de postes, viaductos, túneles y subestaciones están eléctricamente aislados respecto del carril.

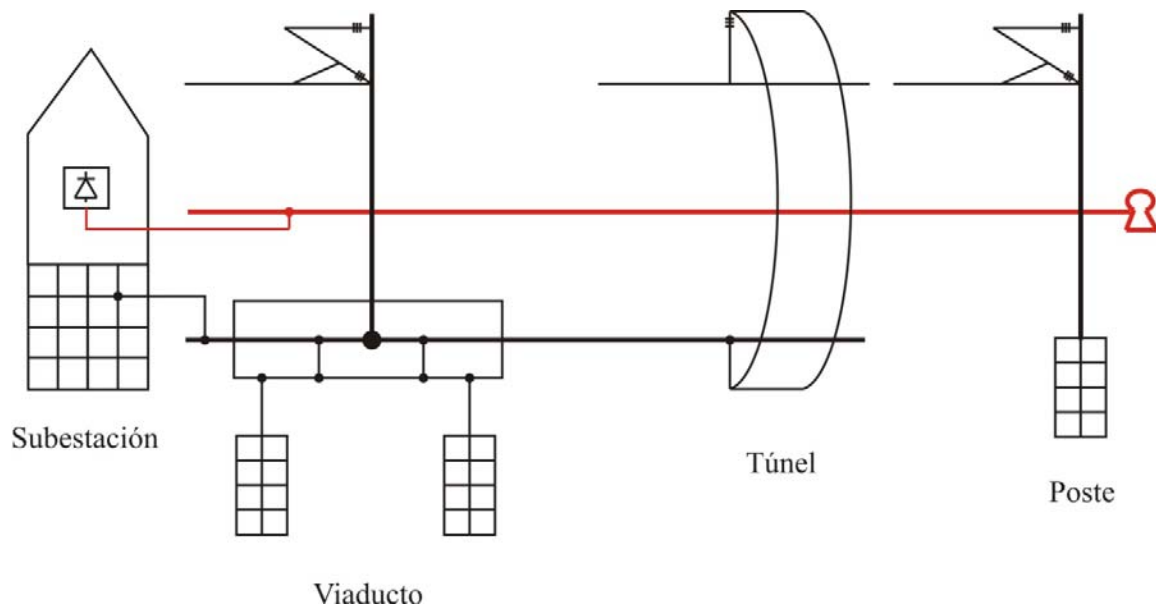


Figura 2.5-Esquema eléctrico en explotaciones ferroviarias de DC.

Debido a este nivel de aislamiento impuesto por la norma, *en condiciones normales de explotación*, la circulación de corrientes de retorno puede provocar importantes diferencias de potencial, *tensiones accesibles*, entre los carriles y tierra, o *tensiones de contacto* cuando tiene lugar un cortocircuito franco entre la línea de contacto y los carriles.

En resumen, el principio fundamental que impera en la tracción en corriente continua es la separación eléctrica entre los circuitos de retorno y los sistemas de puesta a tierra. No

obstante, existen diferentes soluciones prácticas para reducir las pérdidas de corriente y limitar los procesos de corrosión. Entre los más empleados destaca, por su simplicidad, la disposición de conductores adicionales paralelos a los carriles, con objeto de aumentar la sección efectiva de los mismos, y con ello el porcentaje de corriente conducida a través del circuito diseñado a tal fin.

2.2.2 Sistemas ferroviarios en corriente alterna.

La *corriente alterna* en tracción ferroviaria presenta importantes ventajas frente a la corriente continua, pudiéndose destacar algunas tales como son su facilidad de producción y facilidad de transformación.

Además, debido al hecho de que la alimentación en corriente alterna emplea elevadas tensiones, superiores a los 15 kV, la energía se transporta con un menor nivel de corriente, lo que minimiza las pérdidas en catenaria, es decir, permite reducir su sección efectiva y aumentar la distancia entre subestaciones, o lo que es lo mismo, reducir el número de las mismas, traduciéndose todo ello en una importante reducción de las inversiones.

No obstante, debe tenerse presente que debido a la exclusiva topología del trazado ferroviario, formada por una fase positiva (línea aérea de contacto) y otra negativa (carriles), existen serios problemas que todavía hoy no han sido resueltos de forma satisfactoria, como por ejemplo:

- Inaceptables asimetrías en la red trifásica de transporte provocadas por la alimentación monofásica de los vehículos. Únicamente mediante la transposición de fases se consigue disminuir tales alteraciones, lo cual complica sobremanera la explotación de los sistemas en corriente alterna.
- Elevadas interferencias electromagnéticas y problemas de acoplamiento mutuo con los conductores paralelos a la línea de contacto.

En la actualidad existen tres tecnologías diferentes de explotación en corriente alterna, que se muestran a continuación:

- Alimentación monofásica de frecuencia *16.7 Hz* y tensión nominal *15 kV*.
- Alimentación monofásica de frecuencia *50 Hz* y tensión nominal *25 kV*.
- Alimentación bifásica *2x25 kV*, de frecuencia *50 Hz* y tensión nominal *25 kV*.

En los sistemas de corriente alterna, el circuito de tracción tiene mayor longitud, en comparación con los sistemas de corriente continua, debido a las menores pérdidas en la catenaria. Este hecho unido, a unos mayores niveles de tensión y de potencia consumida

por los vehículos, hace que las caídas de tensión entre carril y tierra sean significativamente mayores que en corriente continua, [1].

Con el fin de limitar las elevadas diferencias de potencial que se establecerían entre los carriles y el terreno, es necesario conectar eléctricamente el circuito de retorno a tierra [1], [4], [5]. Para ello, se unen los carriles a las tomas de puesta a tierra de las instalaciones cercanas y de la propia subestación, **Figura 2.6**.

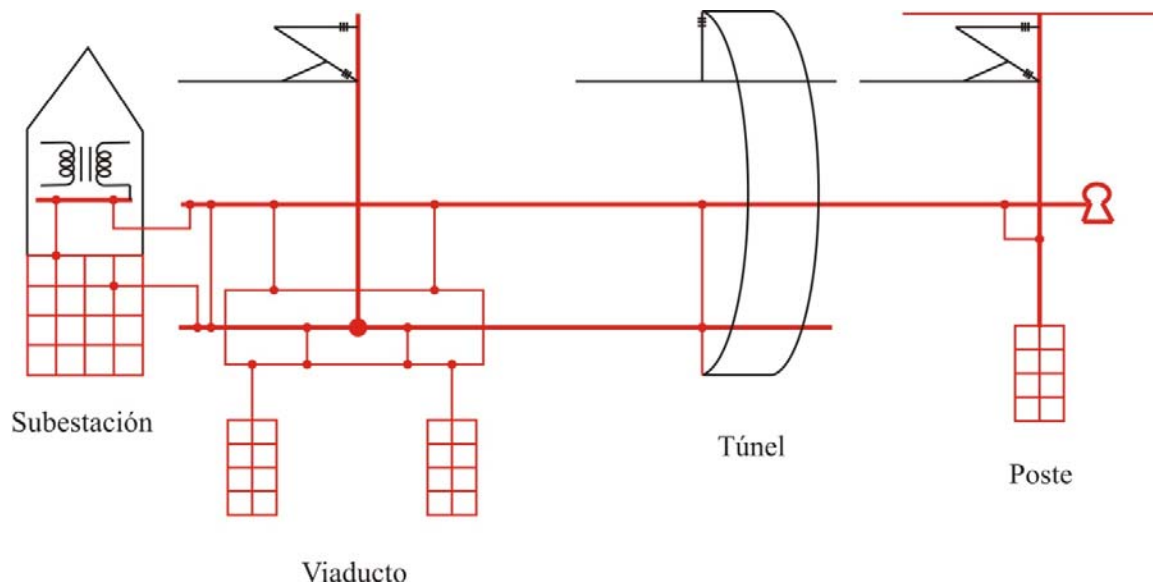


Figura 2.6-Esquema eléctrico en explotaciones ferroviarias de AC.

Como resultado de esta interconexión entre las diferentes infraestructuras del trazado ferroviario, se puede producir una circulación de corrientes a través sus puestas a tierra, generando importantes niveles de interferencias electromagnéticas, susceptibles de crear distorsiones en los equipos electrónicos.

2.3 El circuito eléctrico de tracción ferroviaria.

De forma genérica, el circuito eléctrico de tracción ferroviaria puede considerarse dividido en tres partes fundamentales, **Figura 2.7**.

- *Circuito aéreo positivo*, constituido por la línea aérea de contacto y todos aquellos cables que incrementan la sección del conjunto, es decir, los feeders de refuerzo o positivos.

2. Tracción ferroviaria. Estado del arte

- *Circuito negativo o retorno*, es el encargado de retornar la corriente consumida por la locomotora a la subestación eléctrica de tracción. En las explotaciones ferroviarias actuales este circuito es extremadamente complejo de estudiar debido a la dificultad de modelar los elementos que lo conforman:
 - *Circuito de retorno del tren*, formado por los cables que unen la salida de los motores a las llantas de rodadura.
 - *Carriles de rodadura*, que se conectan al circuito a través de las llantas de rodadura.
 - *El terreno*, que conduce la corriente que se deriva de los carriles.
- *Puestas a tierra de los diferentes elementos de la superestructura*, tales como subestaciones, túneles, acueductos, postes o carriles, en el caso de sistemas de tracción en corriente alterna.

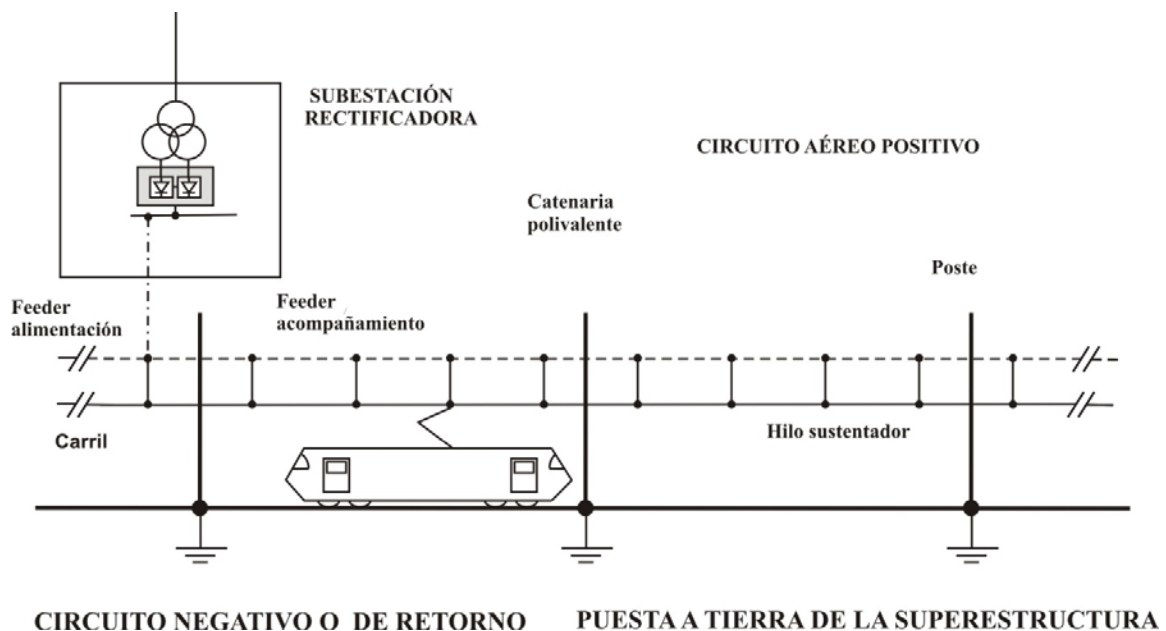


Figura 2.7–Circuito eléctrico de tracción ferroviaria.

2.4 Estado del arte.

La revisión del estado del arte se ha centrado en el análisis del comportamiento de las *corrientes vagabundas* en condiciones de funcionamiento normales y de cortocircuito, así como los *potenciales entre carril y tierra* que se generan como consecuencia de dicho fenómeno.

2.4.1 Circuito de retorno en tracción eléctrica.

Como ya se sabe, la corriente en los sistemas de tracción ferroviaria fluye desde las líneas aéreas de contacto (catenaria, sustentador y feeder de acompañamiento, en su caso) hacia los pantógrafos de los vehículos, atraviesa las locomotoras y vuelve a la subestación a través del circuito de retorno, formado por los carriles de rodadura y el terreno.

Al mismo tiempo, los sistemas de control y señalización necesarios para el correcto funcionamiento de la explotación ferroviaria emplean dichos carriles de rodadura como parte esencial de sus circuitos de transmisión de señales. Por tanto, los circuitos de retorno deben diseñarse de tal forma que sus características eléctricas minimicen la generación de interferencias electromagnéticas, y diferencias de potencial con respecto al terreno, [1].

Debe tenerse en cuenta que aunque los raíles de rodadura sean el elemento principal de dicho circuito, puesto que canalizan el mayor porcentaje de la corriente de retorno, el terreno juega un papel fundamental. Esto es así debido a que la resistencia entre los carriles y tierra es finita, [1], y a que los carriles poseen una cierta resistencia longitudinal. En consecuencia, un considerable porcentaje de la corriente de retorno circulará por tierra y retornará a la subestación de partida a través de circuitos eléctricos alternativos creados en terreno. Son las denominadas *corrientes vagabundas* o *stray currents*, cuyo principal efecto es la degradación de las infraestructuras por procesos de corrosión catódica.

A medida que nos aproximamos a la subestación, las corrientes vagabundas comienzan a emerger desde el terreno hasta el borne negativo de la subestación conectado al carril. En cualquier caso, la suma total de corrientes que circulan por el carril, por tierra, así como por cualquier otra superficie conductora situada en el área de influencia de las corrientes vagabundas (cables, tuberías, etc) debe ser igual a la corriente que abandona la subestación a través de la línea de contacto aérea, es decir, debe cumplirse en todo momento la primera Ley de Kirchhoff, [1].

Las tensiones accesibles y de contacto alcanzarán su valor máximo en el punto de inyección de la corriente al carril, es decir, donde se encuentre la locomotora o donde se haya producido la falta, respectivamente, así como en el borne negativo de la subestación conectado al carril. Esto es así porque en dichos puntos la corriente que circula por el carril

es máxima, por tanto, también será máxima la corriente que se disipe a través de las traviesas.

En la bibliografía consultada, [12]- [14], se presentan diversos circuitos equivalentes de carril simplificados respecto del propuesto en este trabajo. **Figura 2.8.**

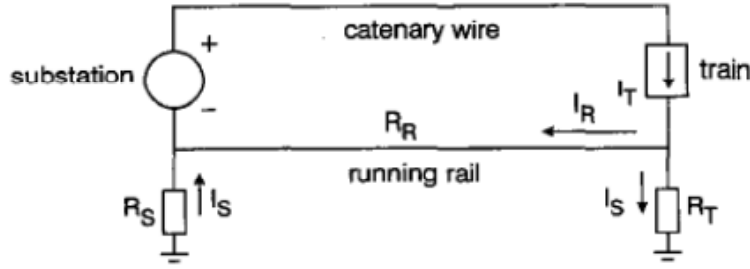


Figura 2.8- Modelo de carril simplificado.

Donde:

- R_S , es la resistencia de puesta a tierra de la subestación, (Ω).

- R_T , es la resistencia de puesta a tierra del carril en el punto en el que se sitúa el tren, (Ω).

- R_R , es la resistencia del carril, (Ω).

- I_T , es la corriente inyectada por el tren en el carril, (A).

- I_R , es la corriente que circula por el carril, (A).

- I_S , es la corriente vagabunda que circula por el terreno, (A).

$$I_S = \frac{R_R \cdot I_T}{R_R + R_T + R_S} \quad (2.3)$$

Por tanto, el potencial entre carril y tierra viene dado por la siguiente fórmula:

$$V_S = I_S \cdot R_S = \frac{R_S \cdot R_R \cdot I_T}{R_R + R_T + R_S} \quad (2.4)$$

Trabajar con este circuito implica diferentes problemas:

- En primer lugar, se desconoce el valor de la resistencia de puesta a tierra del carril en el punto donde se inyecta la corriente, puesto que en la práctica [1], [4], [5], los ensayos realizados únicamente nos permiten obtener la conductancia lineal del carril a tierra, G'_{TE} , y no su resistencia de puesta a tierra específica en un punto.
- En segundo lugar, no se tienen en cuenta las fugas de corriente a lo largo del carril, únicamente en sus extremos.
- Por último, este modelo no permite calcular el potencial de carril en un punto intermedio del mismo.

En otros trabajos, [15]-[17], se desarrollan modelos similares al planteado en esta tesis.

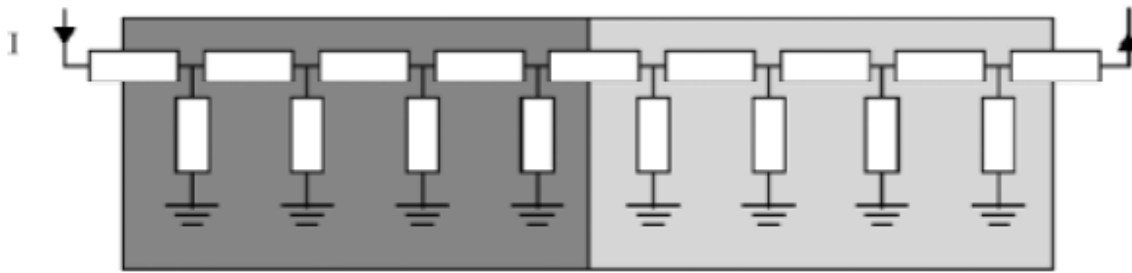


Figura 2.9- Modelo de carril avanzado.

Sin embargo, no se describen de forma exhaustiva ni se utilizan para estudiar la evolución de los potenciales de carril en función de las características físicas y eléctricas de los trazados ferroviarios. Y lo que es más importante, no se justifica de forma matemática el comportamiento de la corriente cuando es inyectada por un tren en un punto intermedio del carril, x_i , [18], [19].

Por otro lado, numerosos autores, [2], [12]-[19], consideran el vehículo ferroviario como una fuente ideal de corriente constante, mientras que en este trabajo la corriente inyectada por el tren depende de la potencia consumida, y debe ser calculada aplicando el método del *flujo de potencia*.

Existen, incluso, artículos que analizan las distribuciones de corrientes vagabundas a través de la superestructura empleando el método de *elementos finitos*, [20]. Se trata, sin embargo, de técnicas con un elevado coste computacional que desaconsejan su implementación en un software como el que se pretende desarrollar, por los siguientes motivos.

- Los vehículos ferroviarios quedan caracterizados por la potencia que consumen en cada punto, es decir, se consideran cargas eléctricas variables en el tiempo. Por

tanto, es necesario resolver el problema empleando el método del *flujo de potencia* en cada instante de tiempo considerado, [21].

- El circuito de tracción presenta una geometría variable, puesto que el vehículo cambia de posición en cada instante. Por tanto, se deben solucionar multitud de circuitos, en función del paso de integración considerado.
- Finalmente, para resolver el *flujo de potencia* emplearemos el método iterativo de Newton-Raphson, lo que eleva de forma considerable el número de operaciones llevadas a cabo por el computador, [21].

En definitiva, si ya de por sí el coste computacional de la aplicación resulta elevado, la inclusión de cálculos adicionales empleando métodos de elementos finitos haría inviable cualquier simulación.

En particular, la herramienta informática desarrollada en esta tesis fin de máster introduce los siguientes conceptos.

- Permite obtener el potencial de carril en el punto, x_i , donde se produce el cortocircuito entre catenaria y carril, o donde el vehículo inyecta la corriente, en función de la potencia consumida.
- Ofrece la opción de analizar las variaciones en las distribuciones de potenciales de carril en función de la resistencia lineal del carril, R'_C , la conductancia lineal del carril a tierra, G'_{TE} , y la potencia consumida por el vehículo, $P(x)$.
- Ofrece la posibilidad de calcular la distribución de potenciales de carril a lo largo del cantón ferroviario en función de la corriente inyectada por el cortocircuito o por el tren en un punto, x_i .
- Finalmente, permite obtener la evolución del potencial del carril en un punto fijo, x_j , como consecuencia del desplazamiento del cortocircuito o del vehículo a lo largo cantón.

3 Subestaciones de tracción

Durante el desarrollo de esta tesis fin de máster se va a trabajar con la *topología de subestación en gamma, Γ* , constituida por una subestación que alimenta un cantón ferroviario, por el que circula un *único tren*.

El esquema de la configuración mencionada es el que se detalla en la **Figura 3.1**.

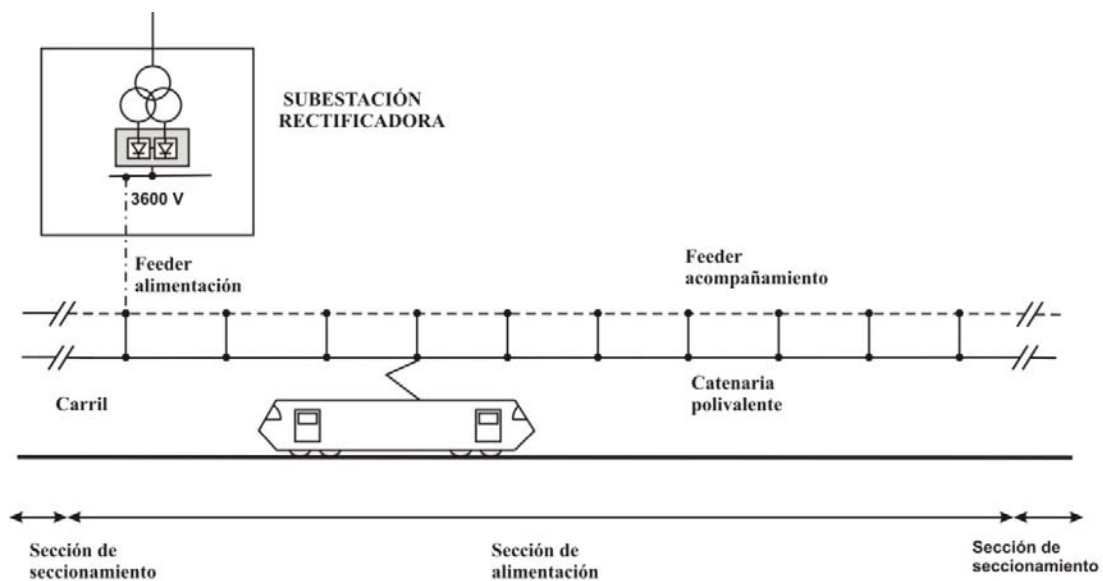


Figura 3.1-Subestación de tracción rectificadora con topología en Γ .

3. Subestaciones de tracción

La topología en Γ está constituida por los siguientes elementos, [1]:

- *Sección de alimentación*, definida como el conjunto de la línea aérea de contacto (catenaria, feeder de acompañamiento e hilo sustentador), alimentada por la misma subestación colateral.
- *Secciones de seccionamiento*, se sitúan entre las secciones de alimentación colaterales con objeto de separarlas eléctricamente en condiciones normales de operación. En condiciones degradadas (fallo en el transformador de la subestación contigua), dichos seccionamientos se pueden cerrar a fin de que una misma subestación alimente diferentes cantones ferroviarios.

3.1 Condiciones normales de funcionamiento.

En condiciones normales de funcionamiento el modelo matemático de la topología en Γ es el que se muestra en la **Figura 3.2**.

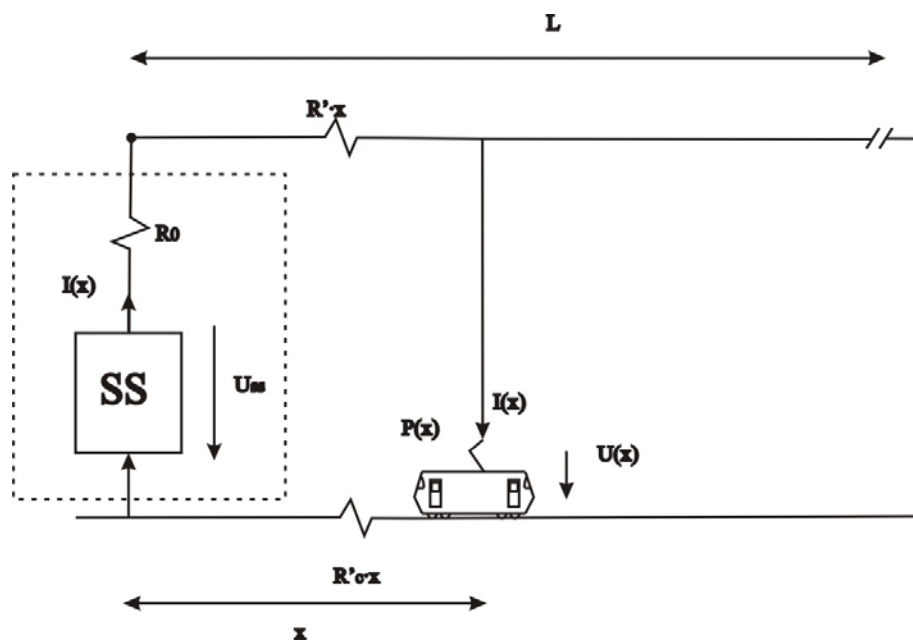


Figura 3.2- Topología Γ en condiciones normales.

Donde:

- L , es la longitud de la sección de alimentación o cantón ferroviario, (km).
- R' , es la resistencia lineal del conjunto de la catenaria, (Ω/km).
- R'_C , es la resistencia lineal del carril, (Ω/km).
- U_{SS} , es la tensión de la subestación de tracción, (V).
- R_0 , es la resistencia de cortocircuito de la subestación, (Ω).
- x , es la posición en la que se sitúa el tren respecto de la subestación de tracción, (km).
- $I(x)$, es la corriente que demanda el tren, (A).
- $U(x)$, es la tensión que cae entre el pantógrafo y la catenaria, (V).

Como se puede observar, la subestación se modela como una fuente de tensión real de valor U_{SS} con una resistencia de cortocircuito, R_0 , situada en serie. Un valor típico de la resistencia de salida de la subestación es $R_0=0,2 \Omega$, [9].

La subestación se conecta a la catenaria mediante el feeder de alimentación. La catenaria se caracteriza como un conductor de resistencia lineal R' . En este trabajo supondremos un valor de $R'=0,03 \Omega/\text{km}$, [9].

A cierta distancia, x , de la subestación se sitúa un vehículo de tracción que demanda una potencia $P(x)$ de acuerdo a sus especificaciones de funcionamiento. Dicha potencia depende de la distancia a la subestación, x , y da lugar a la circulación de una corriente $I(x)$ a través de la catenaria, y a una caída de potencial, $U(x)$, entre el pantógrafo y el carril.

Finalmente, el circuito de tracción se cierra a través de dos carriles *UIC-60* dispuestos en paralelo, cuya resistencia lineal equivalente se considera $R'_C=0.01 \Omega/\text{km}$, [9].

Aunque se supone que la resistencia de los carriles, R'_C , tiene un comportamiento lineal, esto es únicamente válido cuando el carril está completamente aislado y no existen pérdidas de corriente. En caso contrario, la resistencia media del carril, $R_{media}(x)$, exhibe un comportamiento exponencial decreciente, de tal forma que aumenta en función de la longitud del circuito de tracción, x . Además, depende de las características del asilamiento (conductancia lineal de los carriles a tierra, G'_{TE}), debido, precisamente, a las fugas de corriente.

3. Subestaciones de tracción

Tal como se demostrará posteriormente en este trabajo, la resistencia media del carril responde a la expresión siguiente:

$$R_{media}(x) = R'_c \cdot \frac{(1 - e^{-M \cdot x})}{M} \quad (3.1)$$

$$M = \sqrt{R'_c \cdot G'_{TE}} \quad (3.2)$$

Donde:

- $R_{media}(x)$, es la resistencia media del carril, (Ω).

- R'_c es la resistencia lineal del carril, $0.01 \Omega/km$ en nuestro ejemplo.

- x , es la longitud recorrida por la corriente del circuito de tracción, (km).

- G'_{TE} , es la conductancia lineal de los carriles a tierra, 1 y $0.1 S/km$, en nuestro ejemplo.

- M , es la constante de propagación del carril, 0.1 y $0.032 km^{-1}$, respectivamente.

Por tanto, la resistencia media real de los carriles presenta el siguiente valor:

$$\begin{aligned} R_{media}(x) &= \frac{R'_c}{M} \cdot (1 - e^{-M \cdot x}) = 0.1 \cdot (1 - e^{-0.1 \cdot x}) \\ R_{media}(x) &= \frac{R'_c}{M} \cdot (1 - e^{-M \cdot x}) = 0.32 \cdot (1 - e^{-0.032 \cdot x}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Para simplificar el modelo, a la hora de calcular las corrientes inyectadas en el carril en condiciones normales y de cortocircuito, supondremos que la resistencia de los carriles exhibe un comportamiento completamente lineal en todo punto. Al hacer esta suposición estamos trabajando con una resistencia media aproximada del circuito de tracción, $R_{media_aprox}(x)$, en lugar de trabajar con la resistencia media real, $R_{media_real}(x)$.

$$R_{media_aprox}(x) = R_0 + (R' + R'_c) \cdot x \quad (3.4)$$

$$R_{media_real}(x) = R_0 + R' \cdot x + \frac{R'_c}{M} \cdot (1 - e^{-M \cdot x}) \quad (3.5)$$

A continuación se muestra la expresión del error relativo que se comete al trabajar con la resistencia media aproximada, $R_{media_aprox}(x)$, en lugar de la resistencia media real, $R_{media_real}(x)$:

$$E_r(x) = \frac{R_{media_real}(x) - R_{media_aprox}(x)}{R_{media_real}(x)} \quad (3.6)$$

Al representar el error relativo, $E_r(x)$, en función de la longitud del carril, x , se obtiene la gráfica que se muestra a continuación:

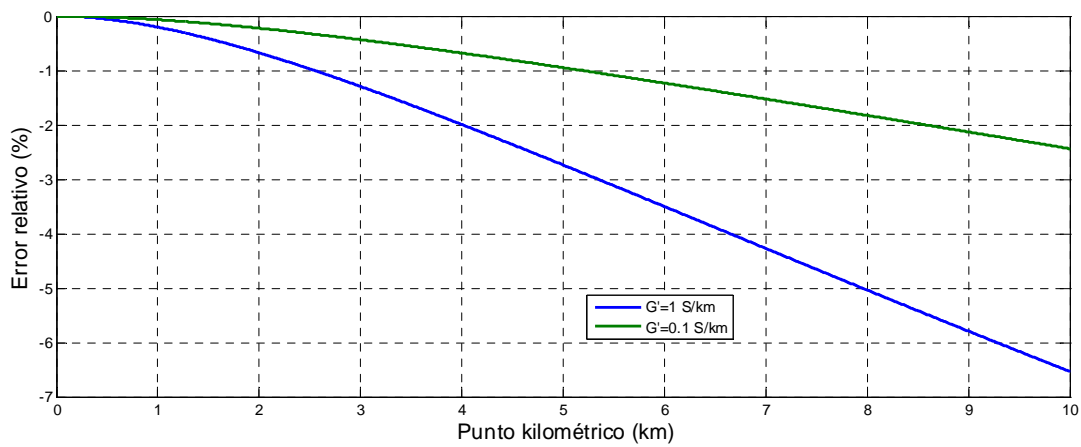


Figura 3.3–Error relativo para $G'_{TE}=0.1 \text{ S/km}$ y $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$ (%).

En corriente continua la distancia de separación entre subestaciones nunca sobrepasa los 10 km , debido a los problemas de pérdidas de potencia en la catenaria asociados a dicha tecnología, [1]. Por tanto, para una longitud de carril máxima de 10 km , la resistencia media aproximada se desvía, respecto de la real, menos del 3% para $G'_{TE}=0.1 \text{ S/km}$ y menos del 7% para $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$.

Como era de esperar, dicho error se reduce al aumentar el nivel de aislamiento del carril, es decir, al disminuir el valor de la conductividad lineal de los carriles a tierra, G'_{TE} .

Debido al reducido error existente y por simplicidad de cálculo computacional, a lo largo de esta tesis fin de máster trabajaremos con la resistencia media aproximada $R_{media_aprox}(x)$, a la hora de obtener las corrientes inyectadas en el carril.

Finalmente, la ecuación (3.7) describe el circuito mostrado en la **Figura 3.2**.

$$\boxed{\begin{aligned} U_{ss} &= [R_0 + (R' + R'_c) \cdot x] \cdot I(x) + U(x) \\ P(x) &= I(x) \cdot U(x) \end{aligned}} \quad (3.7)$$

A diferencia de lo que plantean la mayoría de los autores, [2], [12]-[19], durante esta tesis fin de máster se trabaja en términos de la potencia demandada por el vehículo de tracción, $P(x)$, en lugar de la corriente consumida, $I(x)$, o la tensión entre pantógrafo y carril, $U(x)$, ya que las especificaciones de funcionamiento siempre vienen dadas en función de la rejilla de velocidades diseñada por el operador del sistema, lo que se traduce directamente en la potencia consumida por el vehículo.

La forma más sencilla de resolver un circuito en el que las especificaciones de las cargas se expresan en función de la potencia que demandan, es aplicando el método iterativo de *flujo de potencia*, [21]. Sin embargo, en este caso, al tratarse de un circuito simple, y con objeto de entender su funcionamiento, resolveremos la ecuación (3.7) de forma analítica.

Así, si multiplicamos la ecuación (3.7) por la corriente consumida por el tren $I(x)$, obtenemos una ecuación de segundo grado en el término de $I(x)$, (3.8).

$$U_{ss} \cdot I(x) = [R_0 + (R' + R'_c) \cdot x] \cdot I^2(x) + U(x) \cdot I(x) \quad (3.8)$$

$$U_{ss} \cdot I(x) = [R_0 + (R' + R'_c) \cdot x] \cdot I^2(x) + P(x) \quad (3.9)$$

$$U_{ss} \cdot I(x) = [R_0 + (R' + R'_c) \cdot x] \cdot I^2(x) + P(x) \quad (3.10)$$

$$U_{ss} \cdot I(x) = R_{eq}(x) \cdot I^2(x) + P(x) \quad (3.11)$$

$$R_{eq}(x) = R_0 + (R' + R'_c) \cdot x \quad (3.12)$$

$$R_{eq}(x) \cdot I^2(x) - U_{ss} \cdot I(x) + P(x) = 0 \quad (3.13)$$

Siendo $R_{eq}(x)$ la resistencia equivalente aproximada del circuito de tracción, definida como la suma de las resistencias de cortocircuito de la subestación, R_0 , del tramo de catenaria, $R' \cdot x$, y de carril, $R'_c \cdot x$.

Finalmente, la solución de la ecuación (3.13) responde a la expresión que se muestra a continuación.

$$I(x) = \frac{U_{ss} \pm \sqrt{U_{ss}^2 - 4 \cdot R_{eq}(x) \cdot P(x)}}{2 \cdot R_{eq}(x)} \quad (3.14)$$

Considerando condiciones de funcionamiento normales, esto es $P(x) > 0$, únicamente tiene sentido físico la solución que involucra el signo negativo.

$$I(x) = \frac{U_{ss} - \sqrt{U_{ss}^2 - 4 \cdot R_{eq}(x) \cdot P(x)}}{2 \cdot R_{eq}(x)} \quad (3.15)$$

Esto se debe a que al aumentar la potencia consumida por el tren, debe aumentar la corriente demandada por el mismo. Además, para una potencia fija consumida por el tren (como consecuencia de un trazado rectilíneo y horizontal, y una velocidad constante), la corriente demandada aumenta al aumentar la distancia a la subestación, esto es, al aumentar el valor de $R_{eq}(x)$.

A partir de la ecuación (3.7) podemos plantear la ecuación del circuito en función de la diferencia de tensión que se establece entre la catenaria y el carril, $U(x)$, sin más que tener en cuenta que $I(x) = P(x)/U(x)$.

$$U_{ss} = [R_{cc} + (R'_a + R'_c) \cdot x] \cdot \frac{P(x)}{U(x)} + U(x) \quad (3.16)$$

Operando, llegamos a una expresión similar a la obtenida para la corriente, $I(x)$, en la que los coeficientes han variado:

$$U_{ss} \cdot U(x) = R_{eq}(x) \cdot P(x) + U^2(x) \quad (3.17)$$

$$U^2(x) - U_{ss} \cdot U(x) + R_{eq}(x) \cdot P(x) = 0 \quad (3.18)$$

3. Subestaciones de tracción

La solución de esta ecuación responde a la siguiente fórmula:

$$U(x) = \frac{U_{ss} \pm \sqrt{U_{ss}^2 - 4 \cdot R_{eq}(x) \cdot P(x)}}{2} \quad (3.19)$$

Considerando condiciones de funcionamiento normales, $P(x) > 0$, únicamente tiene sentido físico la expresión que involucra el signo positivo.

$$U(x) = \frac{U_{ss} + \sqrt{U_{ss}^2 - 4 \cdot R_{eq}(x) \cdot P(x)}}{2} \quad (3.20)$$

Como ya se sabía, al aumentar la potencia consumida por el tren, aumenta la corriente demandada por el mismo, por tanto, aumenta la caída de potencial en la catenaria. En consecuencia, debe disminuir la tensión que cae entre el pantógrafo y carril.

3.1.1 Simulaciones.

A continuación se desarrolla un conjunto de simulaciones que permiten visualizar los valores típicos de tensión que entre pantógrafo y carril, $U(x)$, corriente consumida por el tren, $I(x)$, potencia generada por la subestación de tracción, $P_{sub}(x)$, potencia disipada en la catenaria, $P_{cat}(x)$, así como el porcentaje de pérdidas en la catenaria respecto de la potencia entregada por la subestación. Todo ello para una potencia, $P(x)$, demandada por el vehículo en cada punto kilométrico, x .

Condiciones de la simulación.

- Por simplicidad, nos centraremos en un tramo del trazado ferroviario de longitud $L=10 \text{ km}$, completamente recto en el que el radio de curvatura es infinito y la pendiente de la vía es cero.
- Al mismo tiempo, supondremos que la velocidad del vehículo es constante en todo momento.
- Bajo estas premisas, la potencia que demanda el tren también resulta ser constante en cada punto del trazado. Supondremos que dicho valor es igual a $P(x)=1 \text{ MW}$.

Características del circuito de tracción, [9].

- Resistencia de cortocircuito de la subestación, $R_0=0.2 \Omega$.
- Resistencia lineal de la catenaria, $R'=0.03 \Omega$.
- Resistencia lineal de los carriles, $R'_c=0.01 \Omega$.
- Tensión de la subestación de tracción, $U_{ss}=3600 \text{ V}$.

3.1.1.1 Tensión pantógrafo-carril, $U(x)$.

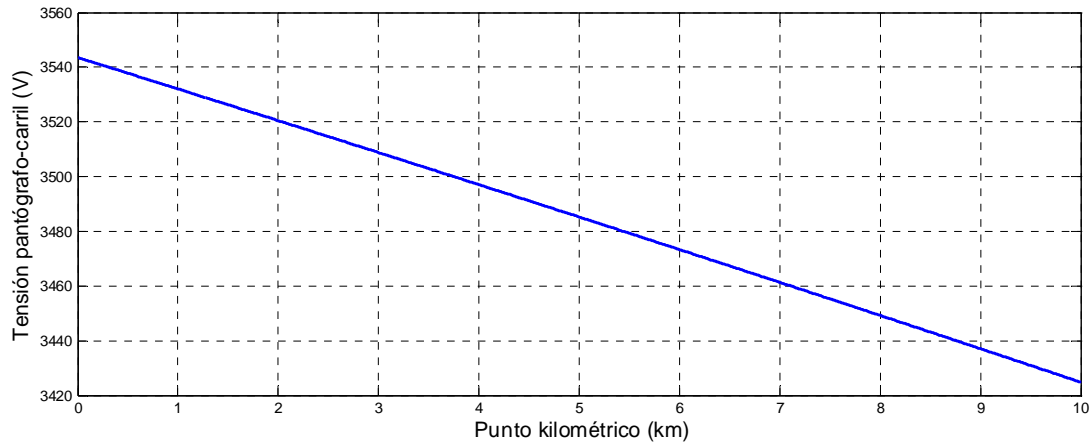


Figura 3.4-Tensión pantógrafo-carril (V).

La **Figura 3.4** representa la tensión pantógrafo-carril, $U(x)$, en cada punto kilométrico x .

Se comprueba que, efectivamente, al aumentar la distancia disminuye la tensión entre el pantógrafo y carril como consecuencia del aumento de la caída de tensión en la catenaria asociado al incremento de su resistencia con la distancia de separación.

3.1.1.2 Corriente consumida por el tren, $I(x)$.

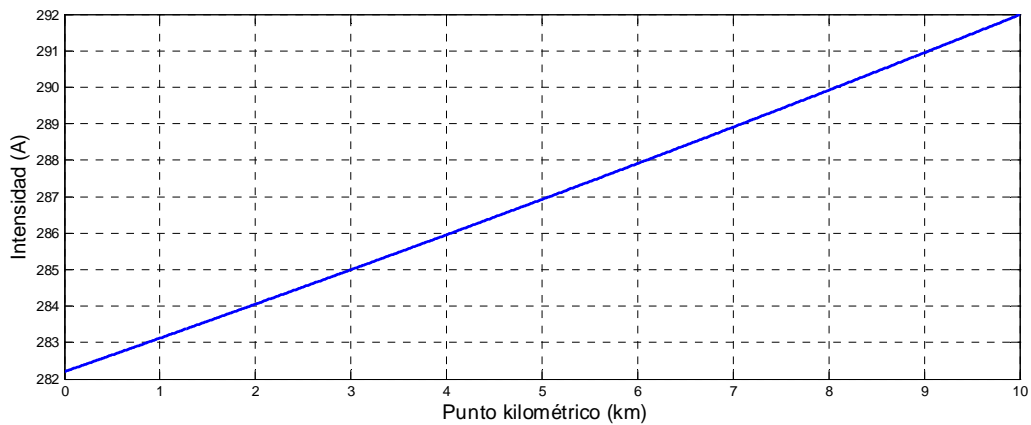


Figura 3.5-Corriente consumida por el tren (A).

3. Subestaciones de tracción

La presente gráfica representa la corriente consumida por el tren, $I(x)$, en cada punto kilométrico x .

Para una potencia demandada por el tren constante, $P(x)=IMW$, la corriente consumida por el vehículo aumenta al incrementarse la resistencia de la catenaria, ya que la subestación tiene que generar corriente suficiente para alimentar el vehículo y superar las pérdidas en la línea aérea.

3.1.1.3 Potencia generada por la subestación, $P_{sub}(x)$.

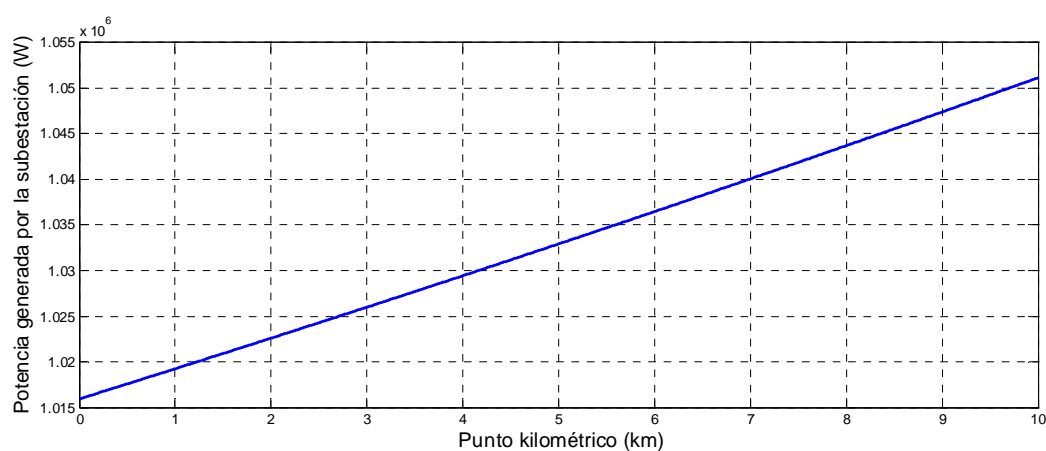


Figura 3.6-Potencia generada por la subestación (W).

La gráfica representa la potencia generada por la subestación, $P_{sub}(x)$, en función de la posición del vehículo, x .

Al aumentar la distancia de separación con respecto a la subestación, aumentan las pérdidas de potencia en la catenaria, y por tanto, aumenta la potencia total suministrada por la subestación de tracción.

3.1.1.4 Potencia disipada en la catenaria, $P_{cat}(x)$.

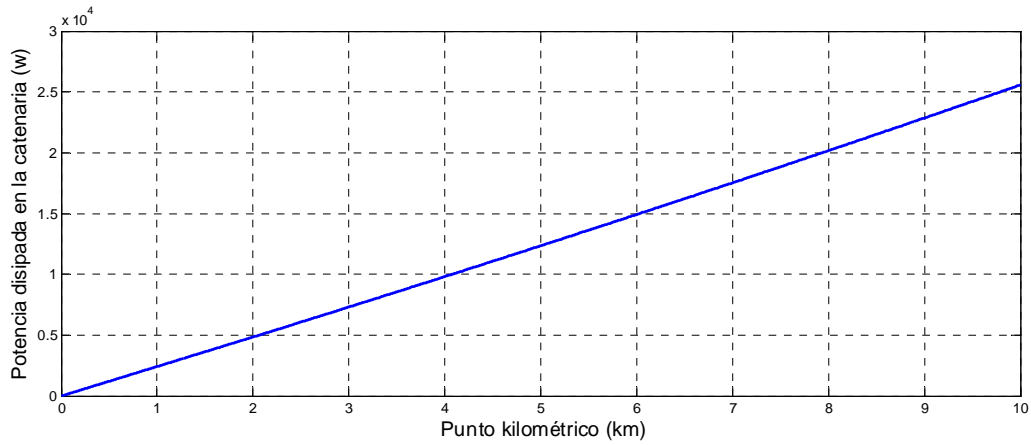


Figura 3.7-Potencia disipada en la catenaria (W).

La gráfica representa la potencia disipada en la catenaria, $P_{cat}(x)$, en función de la posición del vehículo, x .

Como se puede apreciar, al aumentar la distancia de separación con respecto a la subestación, aumentan las pérdidas de potencia en la catenaria.

3.1.1.5 Porcentaje de potencia disipada en la catenaria.

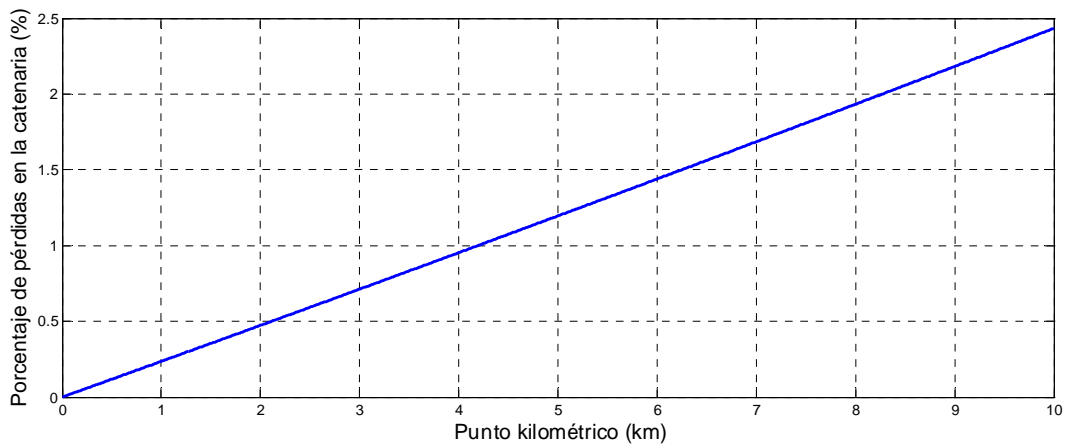


Figura 3.8-Porcentaje de potencia disipada en la catenaria (%).

Finalmente, en la **Figura 3.8** podemos observar el porcentaje de potencia disipado en catenaria, en función de la posición del vehículo, x .

Al aumentar la separación entre el vehículo y la subestación, el porcentaje de potencia disipado en la catenaria también aumenta, lo que nos indica que el circuito de tracción disminuye su eficiencia a la hora de transportar la energía desde la fuente hasta la carga móvil, como consecuencia del aumento de la resistencia de la línea aérea de contacto.

A simple vista, todas las figuras obtenidas, **Figura 3.4-Figura 3.8**, parecen exhibir un comportamiento lineal. Sin embargo se trata de parábolas, cuya convexidad aumenta al aumentar la potencia demandada por el vehículo, $P(x)$, y a aumentar la longitud del cantón, ferroviario, L .

3.2 Condiciones cortocircuito.

Para finalizar este capítulo estudiaremos el comportamiento del circuito de geometría variable cuando se produce un cortocircuito franco entre la catenaria y los raíles, siendo el modelo matemático el que se muestra en la **Figura 3.9**.

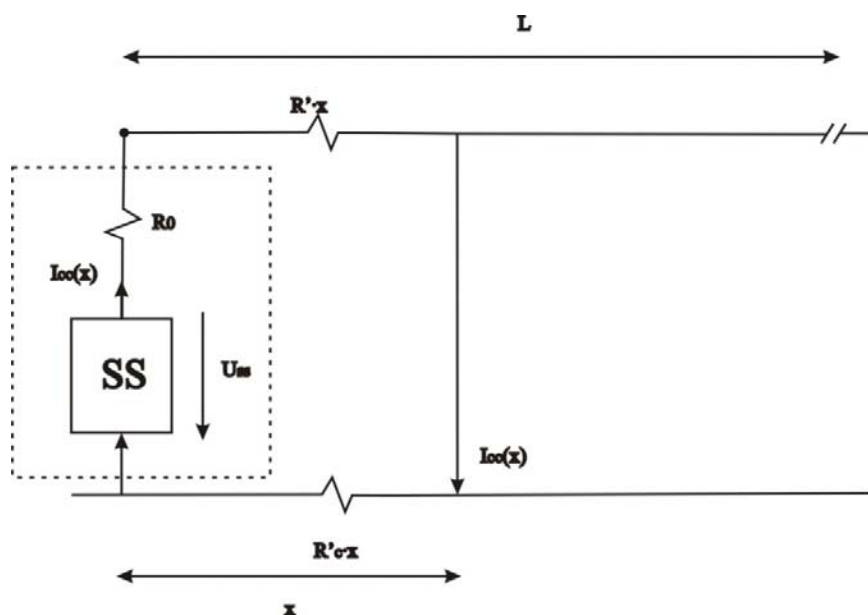


Figura 3.9- Topología I en condiciones de cortocircuito.

La ecuación matemática que describe este circuito es la que se detalla a continuación:

$$U_{ss} = [R_0 + (R' + R'_c) \cdot x] \cdot I_{cc}(x) \quad (3.21)$$

Por tanto, la corriente de cortocircuito, $I_{cc}(x)$, resulta ser inversamente proporcional a la distancia, x .

$$I_{cc}(x) = \frac{U_{ss}}{R_{eq}(x)} = \frac{U_{ss}}{R_0 + (R' + R'_c) \cdot x} \quad (3.22)$$

3.2.1 Simulaciones.

Al igual que se hizo en el caso anterior, se simulará el comportamiento de la corriente de cortocircuito, $I_{cc}(x)$, en función de la posición del fallo franco a tierra, x . En este caso, no existe ningún vehículo involucrado, por consiguiente, únicamente se tendrán en cuenta las características del circuito de tracción, que no han variado respecto del caso anterior de funcionamiento normal, [9].

- Resistencia de cortocircuito de la subestación, $R_0=0.2 \Omega$.
- Resistencia lineal de la catenaria, $R'=0.03 \Omega$.
- Resistencia lineal de los carriles, $R'_c=0.01 \Omega$.
- Tensión de la subestación de tracción, $U_{ss}=3600 V$.

3.2.1.1-Corriente de cortocircuito.

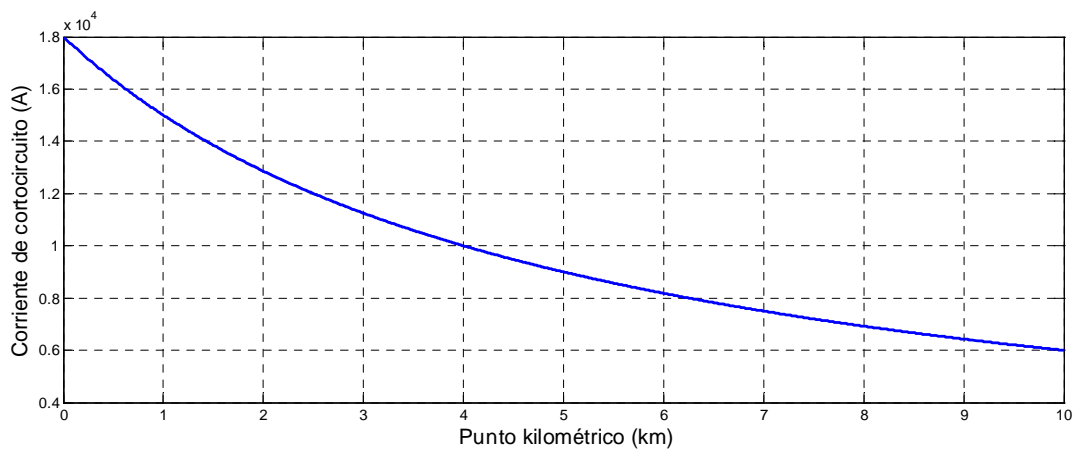


Figura 3.10-Corriente de cortocircuito (A).

3. Subestaciones de tracción

La gráfica anterior representa la corriente de cortocircuito, $I_{cc}(x)$, en cada punto kilométrico, x , donde se ha producido el fallo franco a tierra.

Como se observa, cuando se produce un cortocircuito entre el pantógrafo y los carriles, se generan corrientes del orden de millares de amperios. No se trata, por tanto, de una situación de régimen permanente, ya que ante semejantes valores de corriente actuarían las protecciones de la subestación y el circuito quedaría abierto.

Por otro lado, se aprecia un comportamiento decreciente de la corriente con la distancia, al contrario de lo que ocurriría en condiciones de funcionamiento normales. Esto es debido a que en este caso no existe ninguna carga que demande potencia, mientras que la resistencia de la línea sí que aumenta con la distancia.

4 Características del circuito de retorno

El circuito de retorno debe conducir las corrientes de tracción y de frenado regenerativo, así como de cortocircuito, hacia las subestaciones a través de un camino de baja impedancia, con objeto de limitar las caídas longitudinales de tensión a lo largo del carril, así como las tensiones carril-tierra, [22]. Para conseguir tal objetivo se deben diseñar correctamente las condiciones de frontera del carril, traviesas y balasto.

La solución más económica es aumentar la sección efectiva de conducción de los raíles por medio de conductores de acompañamiento unidos de forma solidaria a éstos. De esta forma se consigue que un mayor porcentaje de corriente circule por los circuitos diseñados a tal fin, y se minimizan las pérdidas de corriente a través del terreno. En ningún caso está permitido interrumpir el circuito de retorno, ya que de lo contrario aparecerían partes activas potencialmente peligrosas para equipos y personas.

Para garantizar la seguridad de las personas frente a contactos eléctricos, las tensiones accesibles y de contacto en condiciones normales de operación y en condiciones de fallo no deben superar los valores máximos permitidos recogidos en las normas *EN 50122-1*, [4].y en la norma *EN 50122-2*, [5].

Los valores límite de los potenciales entre carril y tierra recogidos en la normativa están basados en los estudios de la resistencia eléctrica del cuerpo humano y los efectos de la corriente. El mencionado estándar especifica diferentes valores de tensión en función del calzado, nivel de aislamiento de la persona y probabilidad de fibrilación ventricular.

4. Características del circuito de retorno

4.1 Sistemas de tracción en corriente continua.

De acuerdo con la citada norma, en los *sistemas de tracción de corriente continua* se recogen tres situaciones diferentes para evaluar las tensiones entre carril y tierra.

a) En *condiciones de fallo*, las *tensiones de contacto* no excederán de los valores mostrados en la **Tabla 4.1**.

Al tratarse de situaciones de cortocircuito, se consideran condiciones de corta duración.

t (s)	U _c (V)
0,02	940
0,05	770
0,1	660
0,2	535
0,3	480
0,4	435
0,5	395

Tabla 4.1-Tensiones de contacto máximas en DC en condiciones de corta duración.

Donde:

-*t*, es la duración de la circulación de corrientes, (s).

-*U_c*, es la máxima tensión de contacto permisible, (V).

b) En *condiciones de funcionamiento normales*, las *tensiones accesibles*, no excederán de los valores mostrados en la **Tabla 4.2**. Al tratarse de situaciones de funcionamiento normales, se considera régimen cuasi-permanente.

t (s)	U _c (V)
0,6	310
0,7	270
0,8	240
0,9	200
1	170
≤300	150

Tabla 4.2-Tensiones accesibles máximas en DC en régimen cuasi-permanente.

Donde:

$-t$, es la duración de la circulación de corrientes, (s).

$-U_{acc}$, es la máxima tensión accesible permisible, (V).

c) Finalmente, en *régimen permanente* las tensiones accesibles no excederán de 120 V , excepto en talleres y lugares similares donde el límite será de 60 V .

4.2 Efectos de las corrientes vagabundas en las explotaciones ferroviarias.

Los principales efectos de las corrientes vagabundas se resumen a continuación:

- Corrosión y subsiguientes daños en infraestructuras metálicas en aquellos puntos donde las corrientes vagabundas abandonan dichas estructuras.
- Riesgo de sobrecalentamiento, arcos eléctricos e incendios capaces de afectar a equipos y personas.
- Interferencias en los sistemas de señalización y telecomunicaciones que no sean inmunes a tales perturbaciones.

De entre todos estos efectos perniciosos, sin duda el más importante es *la corrosión catódica* debido a la cantidad de estructuras a las que afecta, y el elevado gasto en mantenimiento asociado.

Entre dichas estructuras se pueden citar las siguientes:

- Estructuras de túnel.
- Puentes, viaductos y plataformas de vía armadas.
- Depósitos y talleres.
- Cables, tuberías y fuentes de alimentación externas.
- Sistemas de puesta a tierra.

El fenómeno de la corrosión, que tradicionalmente estaba asociado a la corriente continua, está empezando a cobrar importancia en sistemas de corriente alterna en los que existen conducciones metálicas enterradas provistas de un buen aislamiento. No se solía considerar este problema debido a que la corriente alterna tiene un poder de corrosión muy pequeño en comparación con el de la corriente continua, por esta razón sus efectos no se contemplan en la normativa de referencia, [4] y [5].

4. Características del circuito de retorno

Sin embargo, el aumento de la calidad del aislamiento de los revestimientos modernos (especialmente los epoxi en polvo con polietileno extruido) hace que los contactos de las tuberías de acero con la tierra debido a microdefectos en el aislamiento sean menores en cantidad y en tamaño, dando lugar a una mayor resistencia entre la tubería y tierra, y en consecuencia, generando una mayor diferencia de potencial entre ambos medios. Esto a su vez, provoca elevadas densidades de corriente en dichos microdefectos, pudiéndose generar serios daños en las tuberías por corrosión.

4.3 Reducción de las corrientes vagabundas.

Existen diversos métodos para minimizar las corrientes vagabundas generadas en los sistemas de tracción de corriente continua, [22]-[25], no obstante, las actuaciones más eficaces son aquellas enfocadas a retener la corriente de retorno de tracción dentro de los carriles. Esto se puede conseguir de diferentes maneras:

- Asegurando un alto nivel de aislamiento a tierra de los carriles y de la totalidad del circuito de retorno.
- Reduciendo la resistencia longitudinal del circuito de retorno mediante estrategias tales como.
 - Emplear carriles de mayor sección.
 - Soldar los carriles o emplear uniones de carril de baja resistencia.
 - Emplear cables solidarios a los carriles que aumente la sección efectiva de conducción.
- Resulta, además, fundamental realizar labores de monitorización y mantenimiento periódicas con el fin de identificar posibles conexiones a tierra y reparar tales defectos.

Es necesario remarcar que el porcentaje de corrientes vagabundas aumenta al aumentar la longitud del circuito de retorno, ya que la superficie efectiva de disipación del carril es mayor. Al mismo tiempo, cuanto menor sea la resistencia longitudinal de los carriles y mayor sea el nivel de aislamiento de los mismos más corriente circulará por ellos, siendo menor el porcentaje de corrientes vagabundas que se derivan al terreno. Por el contrario, mayor será el valor de los potenciales de carril.

4.4 Características eléctricas del circuito de retorno.

En el diseño de instalaciones eléctricas ferroviarias resulta fundamental disponer de medidas a cerca de la resistividad del terreno y conductancia a tierra de los carriles, junto con las diferentes resistencias involucradas en el circuito de retorno (carriles, traviesas,

balasto, resistencia de puesta a tierra, postes, cimientos, etc). Por consiguiente, con carácter previo a la fase de explotación, deberán llevarse a cabo mediciones con objeto de verificar la seguridad de las personas y la fiabilidad de los equipos, especialmente en el caso de los sistemas de tracción de corriente continua.

4.4.1 Resistividad del terreno.

Desde el punto de vista eléctrico, la *tierra* se considera un conductor cuya diferencia de potencial eléctrico entre cualquiera de sus puntos es igual a cero.

En el caso de la tracción ferroviaria, la tierra se considera un conductor perfecto (sin resistencia interna) situado fuera de la zona de interferencias electromagnéticas ejercidas por las instalaciones eléctricas, donde no existen diferencias de potencial entre ninguno de sus puntos como consecuencia de la circulación de corrientes.

La capa más superficial de la tierra, donde se asienta la superestructura de vía, posee una resistencia y conductancia que depende de sus características físicas y químicas. Cuando se aplica una diferencia de potencial entre los extremos de un conductor homogéneo de sección uniforme, la determinación de su resistividad y resistencia es un proceso inmediato. Sin embargo, en el caso de una distribución de corrientes que circulan a través del terreno, el análisis se complica sobremedida debido a las enormes dimensiones del conductor y sus propiedades heterogéneas.

Las resistividades medias de los diferentes tipos de terreno sobre los que se puede asentar el trazado ferroviario se muestran a continuación, **Tabla 4.3**.

Tipo de terreno	ρ ($\Omega\cdot m$)
Agua de mar	0.01-1.0
Terreno muy húmedo	10-100
Terreno húmedo	100
Terreno seco	100
Terreno desértico	10^7
Arena	10^9

Tabla 4.3- Resistividad de diferentes tipos de terreno.

El acoplamiento eléctrico entre los raíles y tierra depende de numerosos factores, siendo los más importantes los que se detallan a continuación:

- Tipo de superestructura, incluyendo el tipo de traviesas, tipo de balasto, cierres y aisladores entre raíl y traviesas.

4. Características del circuito de retorno

- Características del empotramiento de las traviesas en el terreno: balasto de arena, grava, hormigón o tierra en el caso de los tranvías de nueva construcción.
- Nivel de contaminantes del terreno, humedad, temperatura, lluvia, hielo y demás variables que afecten a la conductancia.

Las medidas llevadas a cabo en condiciones normales y de cortocircuito, [1], han puesto de manifiesto que la impedancia raíl-tierra en sistemas de tracción en AC es una magnitud vectorial compleja con un ángulo de fase entre 1° y 3° , lo que indica que la componente reactiva puede despreciarse frente a la resistiva. Esto significa que únicamente existe acoplamiento galvánico entre carriles y tierra, con lo que su comportamiento resulta independiente respecto del tipo de alimentación, continua o alterna.

La aceptación de una *impedancia puramente resistiva* confirma la generalidad del modelo matemático de carril desarrollado en este trabajo, que resulta completamente válido para analizar tanto los sistemas de tracción en corriente continua como en alterna. De cualquier modo, a lo largo de esta tesis únicamente nos centraremos en los sistemas de tracción en corriente continua.

4.4.2 Conductancia del sistema carril-tierra.

La inversa de la resistencia existente entre carriles y tierra se denomina conductancia, G'_{TE} . De acuerdo con el fenómeno físico de disipación de corrientes vagabundas a través del terreno, todas las conductancias del circuito eléctrico de retorno involucradas en la pérdida de corriente deben considerarse dispuestas en paralelo respecto del carril.

De esta forma, el circuito de retorno queda caracterizado por una resistencia lineal longitudinal correspondiente a los raíles, $R'_C (\Omega/km)$, y una conductancia lineal longitudinal en paralelo, $G'_{TE} (S/km)$, entre los raíles y la tierra equipotencial, **Figura 5.7**.

La conductancia longitudinal del carril a tierra, G'_{TE} , para un trazado con una única vía y diferentes tipos de superestructura, [1], se muestra en la **Tabla 4.4**.

CARACTERÍSTICAS DE LA SUPERESTRUCTURA	CONDUCTANCIA DE LOS CARRILES A TIERRA (S/km)
Traviesas de hormigón en balasto de arena con contenido en arcilla	5
Traviesas de hormigón en balasto de grava sin impurezas	1
Raíl fijado a las traviesas de hormigón mediante aislamiento plástico. Trazado nuevo y seco.	0,075
Raíl fijado a las traviesas de hormigón mediante aislamiento plástico. Trazo viejo y seco.	0,15

Tabla 4.4- Valores típicos de la conductancia lineal a tierra de los carriles, G'_{TE} .

Supongamos, por ejemplo, un cantón con dos vías en las que los carriles se fijan a las traviesas de hormigón mediante aislamiento plástico. Si además suponemos que se trata de un trazado nuevo en el que no hay humedad, de acuerdo con la tabla anterior, la conductancia lineal total del conjunto resultaría ser la siguiente.

$$G'_{TE} = 2 \cdot 0.075 = 0,15 \text{ S / km} \quad (5.1)$$

Debido a los efectos de superposición, se han registrado conductancias superiores a los 10 S/km en grandes estaciones con numerosas vías en paralelo, [1].

5 Modelo matemático de carril

Para estudiar el fenómeno físico de disipación de corrientes hemos desarrollado un modelo matemático de parámetros uniformemente distribuidos.

En el modelo propuesto, se trabaja con un *esquema de alimentación en Γ* en el que una única subestación alimenta a un vehículo, tal como se explicó en apartados anteriores. No obstante, el método es totalmente extensible al caso de existir varias subestaciones y varios vehículos sin más que aplicar el *principio de superposición*.

En general, el cálculo de las corrientes vagabundas y las tensiones accesibles y de contacto es un proceso complejo, cuyo resultado depende de las propiedades del circuito de tracción, la topología de alimentación y la combinación espacial de cargas (vehículos) en cada instante de tiempo.

El problema se centra en estudiar cuál es la distribución de corrientes vagabundas generadas en un carril de longitud suficientemente elevada (idealmente infinita) en dos situaciones claramente diferenciadas:

a) *Funcionamiento del sistema ferroviario en condiciones normales de explotación*. En tales condiciones, el circuito de tracción de longitud L está formado por una subestación rectificadora con una resistencia de salida R_0 , una línea aérea de resistencia lineal R' , el vehículo de tracción y finalmente el circuito se cierra mediante el carril, cuya resistencia lineal es R'_C , tal como se aprecia en la **Figura 5.1**.

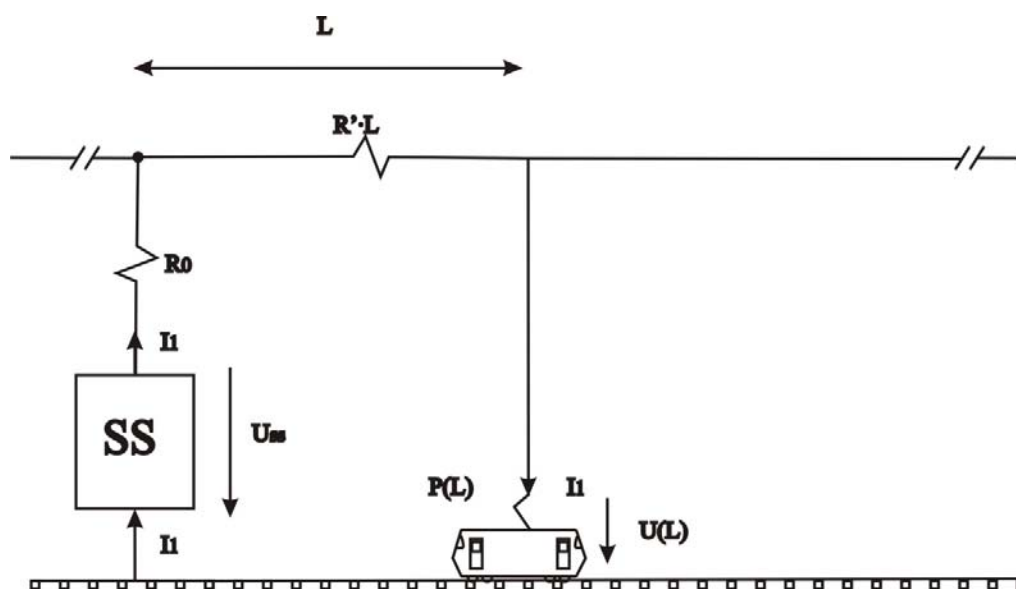


Figura 5.1-Circuito de tracción en condiciones normales de explotación.

b) En *condiciones de fallo* el circuito de tracción es similar al anterior sin más que sustituir el vehículo por un cortocircuito, **Figura 5.2**.

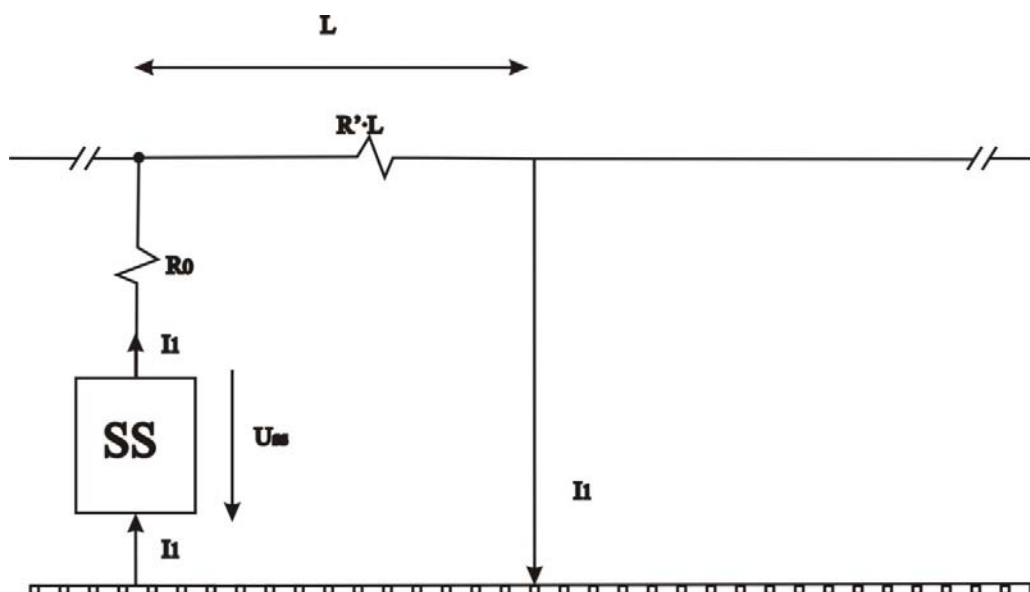


Figura 5.2-Circuito de tracción en condiciones de cortocircuito.

La diferencia estriba en que en condiciones de funcionamiento normales la corriente se inyecta al carril por medio del vehículo de tracción, mientras que en condiciones de cortocircuito, la corriente se inyecta directamente a través de la catenaria. En ambos casos la corriente que se inyecta al carril debe ser exactamente igual que la que retorna a la subestación, la única diferencia estriba en la magnitud de dicha corriente.

En este sentido, podemos prescindir completamente del circuito de tracción y considerar la subestación y el punto de inyección de corriente al carril como fuentes de corriente dependientes de la potencia del vehículo, dando lugar al circuito de tracción genérico mostrado en la **Figura 5.3**, donde I_1 es el la magnitud de la corriente procedente de la catenaria, cuyo valor vendrá determinado por las condiciones de funcionamiento, normales o de fallo.

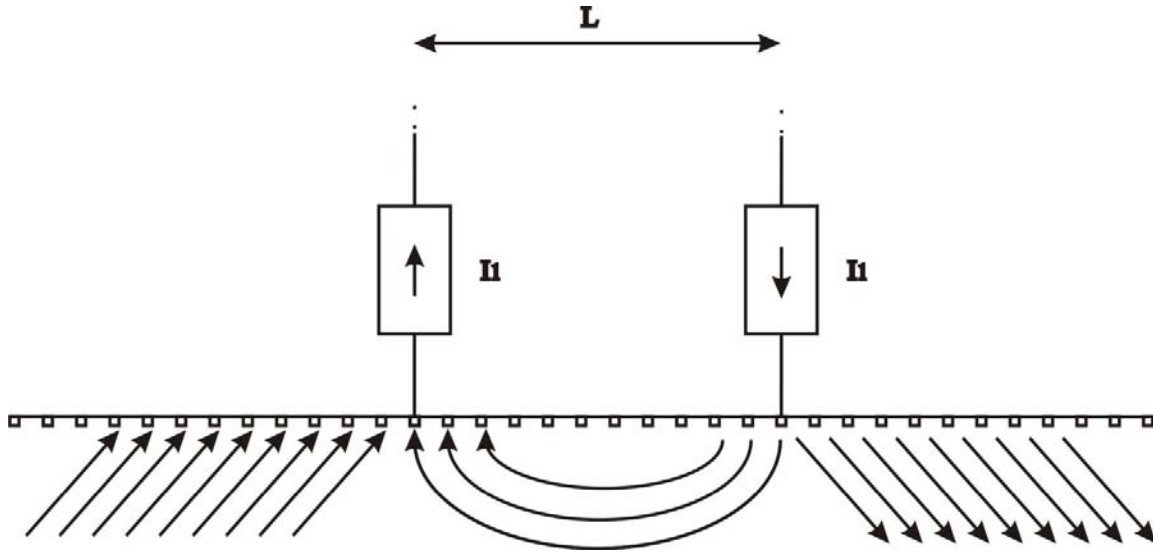


Figura 5.3-Circuito de tracción genérico.

En el caso de *funcionamiento normal*, consideramos que la corriente inyectada al carril, I_1 , viene dada por la expresión (3.15).

$$I_1(L) = \frac{U_{ss} - \sqrt{U_{ss}^2 - 4 \cdot R_{eq}(L) \cdot P(L)}}{2 \cdot R_{eq}(L)} \quad (5.1)$$

5. Modelo matemático del carril

En *condiciones de fallo*, la corriente inyectada, I_1 , en cada punto del cantón, L , viene dada por la ecuación (3.22).

$$I_1(L) = I_{cc}(L) = \frac{U_{ss}}{R_{eq}(L)} = \frac{U_{ss}}{R_{cc} + (R' + R'_c) \cdot L} \quad (5.2)$$

5.1 Consideraciones previas.

Dado que el aislamiento de las traviesas no es perfecto, al inyectarse la corriente en el carril se producen *fugas diferenciales de corriente*, *di*. A partir de una determinada distancia respecto de la subestación de tracción y debido a la influencia de ésta, tales fugas de corriente invierten su sentido, esto es, la corriente ya no se pierde por el terreno, sino que emerge de él para retornar a la subestación de origen. Este hecho se justifica mediante la aplicación de la primera Ley de Kirchhoff, que garantiza que la suma algebraica de las intensidades entrantes en un nudo debe ser nula en todo momento.

Para desarrollar el modelo de carril propuesto vamos a trabajar con el circuito de tracción genérico mostrado en la **Figura 5.3**. Dicho circuito se divide en tres tramos de acuerdo con el comportamiento de la corriente en cada uno de ellos, tal como se indica en la **Figura 5.4**.

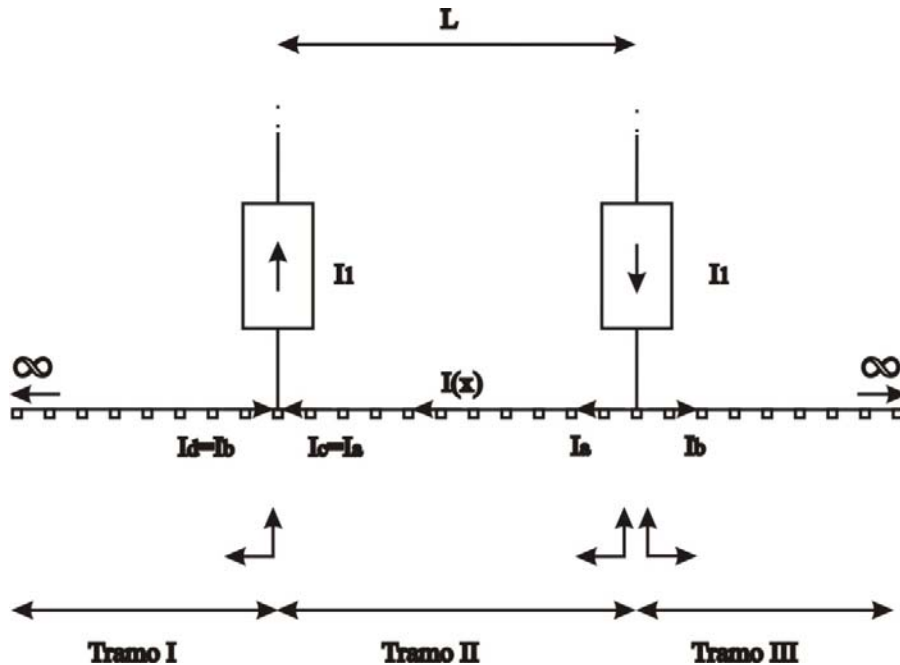


Figura 5.4-Circuito de tracción genérico dividido en tramos.

Antes de desarrollar el planteamiento matemático es necesario tener en cuenta las siguientes consideraciones previas:

- Suponemos que aguas arriba de la subestación (*Tramo I*) y aguas abajo del punto de inyección de la corriente (*Tramo III*), la longitud del carril es lo suficientemente elevada para que la corriente sea nula en ambos extremos, como consecuencia de las fugas al terreno.
- Justo en el punto donde se inyecta la corriente I_l , procedente de la línea de contacto aérea, ésta se bifurca en dos direcciones. Una componente se dirige hacia la subestación de partida, I_a , y el resto de la corriente, I_b , se disipa a lo largo del carril en dirección contraria para retornar a la subestación de origen a través del terreno, procedente de la superficie equipotencial de tierra.
- Así mismo, la corriente que retorna a la subestación, I_l , estará formada por dos componentes, I_c e I_d , que, tal como se demostrará posteriormente, tendrán el mismo valor que I_a e I_b , respectivamente debido a la antimetría del problema. Esto es:

$$I_c = I_a \quad (5.3)$$

$$I_d = I_b \quad (5.4)$$

- Definimos la tensión accesible (de contacto) como positiva en un punto, cuando la fuga de corriente, di , sea positiva, es decir, cuando la corriente circule desde el carril hacia el terreno.
- Definimos la tensión accesible (de contacto) como negativa en un punto, cuando la fuga de corriente, di , sea negativa, es decir, cuando la corriente circule desde el terreno hacia el carril.
- A la hora de realizar las simulaciones, únicamente nos centraremos en los *Tramos II* y *III*, por ser los realmente involucrados en el circuito de tracción, ya que al estar trabajando con una subestación aislada con topología en T , sólo nos interesa lo que sucede en el cantón alimentado por la subestación

A partir de estas suposiciones se desprende lo siguiente:

- En el *Tramo I* la corriente que circula por el carril es nula en el extremo del mismo. A medida que nos aproximamos a la subestación se produce un incremento en su magnitud, gracias a las aportaciones del terreno, hasta que se alcanza el valor I_b en el punto de conexión con la subestación. Por tanto, el potencial de carril será negativo en este tramo de acuerdo con el sistema de referencia elegido.
- En el extremo del *Tramo II* se inyecta una corriente I_a que se disipa a lo largo del carril a medida que nos aproximamos a la subestación rectificadora. Dicha corriente comienza a aflorar al carril, procedente del terreno, a partir del punto medio de

5. Modelo matemático del carril

dicho tramo debido a la demanda de la subestación, hasta que se restituye su valor original en el borne de conexión de la subestación con el carril. En consecuencia, existirá una distribución de potenciales de carril positivos en las proximidades del punto de inyección de la corriente, y una distribución negativa en las proximidades de la subestación.

- Finalmente, la corriente I_b inyectada en el *Tramo III* se disipa a lo largo del mismo hasta alcanzar un valor nulo en su extremo, por tanto, el potencial de carril en este tramo tendrá signo positivo.

5.2 Topología del modelo de carril.

De forma general, las traviesas se colocan con una separación de 0.60 m, siendo el espaciado mínimo de 0.50 m, ya que menos hace imposible el *bateo*. La distancia de separación máxima dependerá de la naturaleza de la *plataforma*, de la *carga por eje* y del *tipo de carril*, pudiéndose llegar a 0.80 m en vías secundarias.

De cualquier modo, dicha distancia resulta ser despreciable respecto de la longitud total del carril, por lo que podemos considerar una sucesión de traviesas uniformemente distribuidas, con una separación diferencial, dx , entre ellas, **Figura 5.5**.

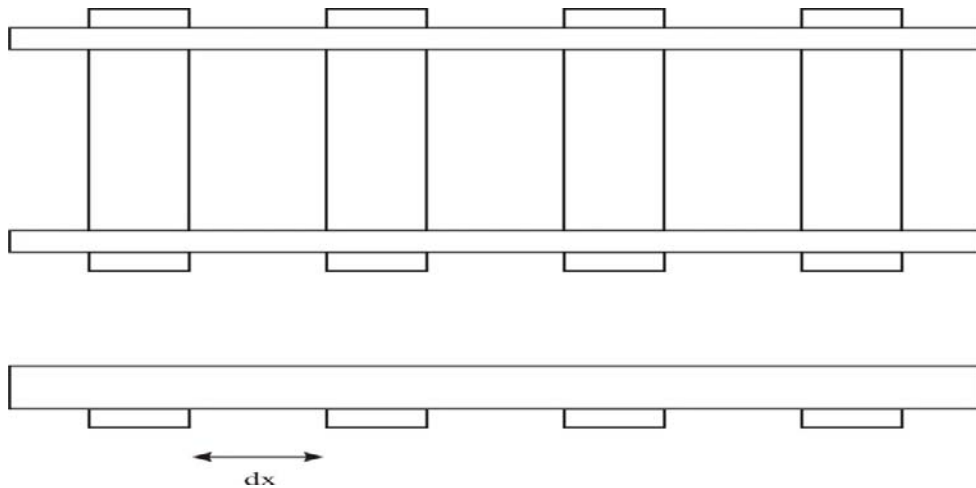


Figura 5.5-Esquema de carriles apoyados sobre traviesas.

Tal como se apuntó anteriormente, en la superestructura de la vía únicamente existe un acoplamiento galvánico entre los carriles y tierra. Por tanto, el modelo matemático del circuito de retorno estará formado por una sucesión de elementos diferenciales de carril de

resistencia $R'_c dx$, separados por las traviesas, cuya resistencia es la debida al propio elemento de hormigón pretensado, $R_{traviesa}$, en serie con la resistencia de puesta a tierra de dicha traviesa, R_{tierra} . Donde R_{tierra} representa la resistencia del elemento de terreno a través del cual se disipan las corrientes vagabundas procedentes de la traviesa, hasta alcanzar la superficie equipotencial común a todo el trazado ferroviario considerado.

De acuerdo con las hipótesis mencionadas, el *esquema del conjunto carril-traviesa-tierra* queda como se muestra en la **Figura 5.6**.

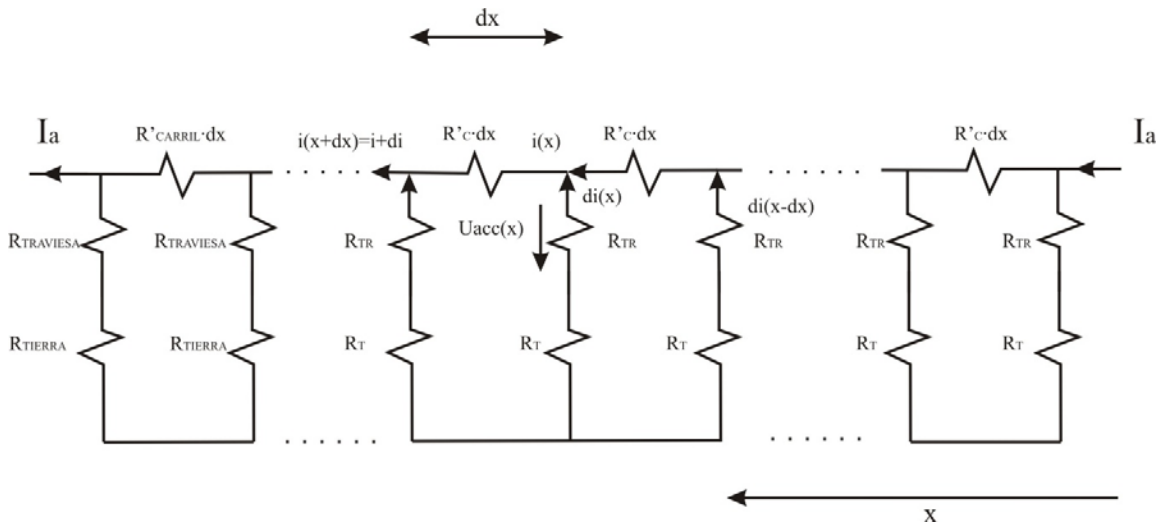


Figura 5.6-Modelo diferencial de traviesas uniformemente distribuidas.

Si se conociese la resistencia efectiva de la traviesa, $R_{traviesa}$, el esquema mostrado en la figura anterior resultaría ser el más adecuado para calcular las tensiones accesibles y de contacto que se establecen entre carril y la tierra superficial, es decir, la diferencia de potencial que cae en cada traviesa, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$U_{acc}(x) = -di(x) \cdot R_{traviesa} \quad (5.5)$$

Sin embargo, en la práctica se desconocen la resistencia efectiva de la traviesa y su resistencia de puesta a tierra en cada punto del trazado, aunque sí es posible llevar a cabo ensayos y medir la conductancia lineal a tierra del carril, G'_{TE} , [1], [4], [5].

Por esa razón, resulta mucho más apropiado modelizar el acoplamiento galvánico entre carril y tierra mediante la conductancia a tierra por unidad de longitud del trazado ferroviario, G'_{TE} , tal como se muestra en la **Figura 5.7**.

5. Modelo matemático del carril

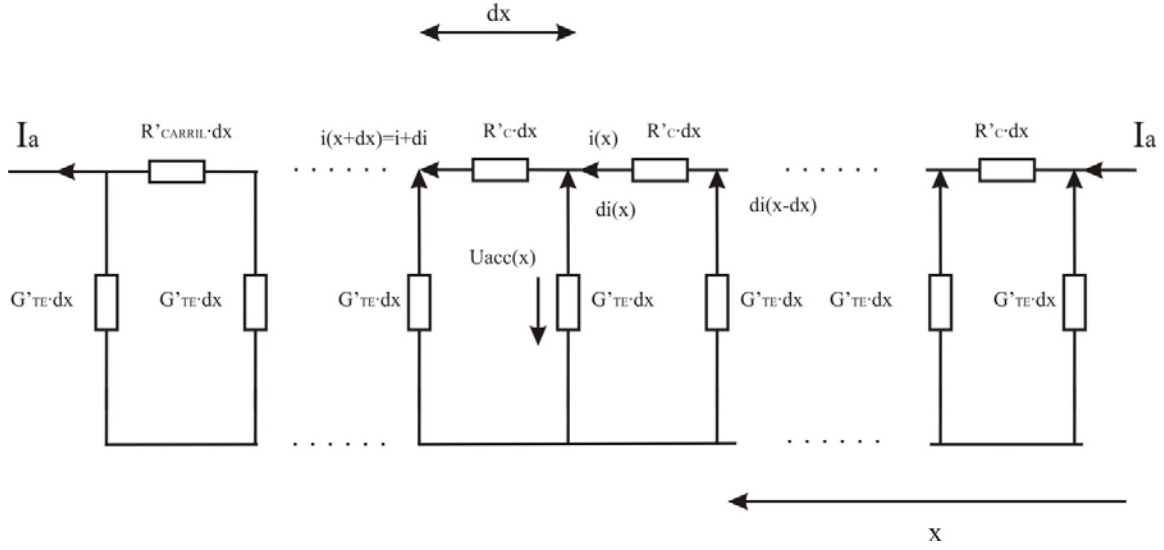


Figura 5.7-Modelo diferencial de traviesas uniformemente distribuidas definitivo.

Una vez definidas las variables que conforman el modelo, pasamos a resolver la ecuación de la malla diferencial mostrada en la **Figura 5.7** mediante la aplicación de la segunda Ley de Kirchhoff, tal como se muestra a continuación.

$$\begin{aligned}
 di(x-dx) \cdot (R_t + R_r) + i(x) \cdot R'_C \cdot dx &= di(x) \cdot (R_t + R_r) \\
 [di(x) - di(x-dx)] \cdot (R_t + R_r) - i(x) \cdot R'_C \cdot dx &= 0 \\
 [di(x) - di(x-dx)] \cdot \frac{1}{G'_{TE} \cdot dx} - i(x) \cdot R'_C \cdot dx &= 0 \\
 \frac{d^2 i}{dx^2} \cdot dx^2 \cdot \frac{1}{G'_{TE} \cdot dx} - i(x) \cdot R'_C \cdot dx &= 0 \\
 \frac{d^2 i}{dx^2} \cdot \frac{1}{G'_{TE}} - i(x) \cdot R'_C &= 0 \\
 \frac{d^2 i}{dx^2} - i(x) \cdot R'_C \cdot G'_{TE} &= 0 \\
 \frac{d^2 i}{dx^2} - \left(\sqrt{R'_C \cdot G'_{TE}} \right)^2 \cdot i(x) &= 0
 \end{aligned} \tag{5.6}$$

Donde:

$-dx$, es el diferencial de longitud del circuito de retorno, (km).

$-i(x)$, es la corriente que circula por el carril en el punto x , (A).

$-i(x-dx)=i-di$, es la corriente que circula por el carril en el punto $x-dx$, (A).

$-di(x)$, es el diferencial de corriente que se pierde en el punto x , (A).

$-M$, es la constante de propagación del carril, (km^{-1}).

El resultado es la ecuación diferencial (5.7), que define el fenómeno físico de la disipación de corrientes en un carril de acero apoyado sobre un conjunto de traviesas uniformemente distribuidas.

$$\boxed{\frac{d^2 i}{dx^2} - M^2 \cdot i(x) = 0} \quad (5.7)$$

La solución de esta ecuación es del tipo seno hiperbólico, de acuerdo con la expresión siguiente:

$$\boxed{i(x) = A \cdot e^{M \cdot x} + B \cdot e^{-M \cdot x} = 0} \quad (5.8)$$

El valor de las constantes A y B debe determinarse a partir de las condiciones de contorno, como se verá más adelante.

La magnitud M se denomina *constante de propagación del carril*.

$$\boxed{M = \sqrt{R'_C \cdot G'_{TE}}} \quad (5.9)$$

Donde:

$-G'_{TE}$, es la conductancia lineal a tierra del carril, (S/km).

$-R'_C$ es la resistencia lineal del carril, (Ω/km).

5.3 Cálculo de la corriente que circula por el carril.

La ecuación (5.7) se ha obtenido de forma genérica para el circuito diferencial representado en la **Figura 5.7**, por tanto, es válida para cualquier tramo y punto del carril, ya sea aguas abajo o aguas arriba del punto de inyección de la corriente, sin más que definir las *condiciones de contorno de cada tramo* de acuerdo con los sistemas de coordenadas definidos en la **Figura 5.4**.

- Para caracterizar el *Tramo I* $(-\infty, 0)$, se deben aplicar las condiciones de contorno siguientes:

$$\begin{cases} i(0) = -I_d \\ i(\infty) = 0 \end{cases}$$

Por tanto, la solución para este tramo tiene la siguiente expresión:

$$\boxed{i(x) = -I_d \cdot e^{-M \cdot x}} \quad (5.10)$$

- Para caracterizar el *Tramo II* $(0, L)$, se aplican las condiciones de contorno que se detallan a continuación:

$$\begin{cases} i(0) = I_a \\ i(L) = I_c \end{cases}$$

Por tanto, la solución para este tramo tiene la siguiente expresión

$$\boxed{i(x) = \left[\frac{I_c - I_a \cdot e^{-M \cdot L}}{e^{M \cdot L} - e^{-M \cdot L}} \right] \cdot e^{M \cdot x} + \left[\frac{I_a \cdot e^{M \cdot L} - I_c}{e^{M \cdot L} - e^{-M \cdot L}} \right] \cdot e^{-M \cdot x}} \quad (5.11)$$

- El *Tramo III* (L, ∞) , queda caracterizado a través de las siguientes condiciones de contorno:

$$\begin{cases} i(0) = I_b \\ i(\infty) = 0 \end{cases}$$

La expresión para este tramo queda como se muestra a continuación

$$\boxed{i(x) = I_b \cdot e^{-M \cdot x}} \quad (5.12)$$

Por último, quedaría definir las *condiciones de frontera* que relacionan las corrientes existentes en cada uno de los tramos.

- *Condiciones de frontera para los Tramos I y II.*

El potencial de carril en el borne negativo de conexión de la subestación al carril, debe ser el mismo debido tanto a la corriente I_c como a la corriente I_d .

$$\left. \frac{di}{dx} \right|_{I_c} (x=0) = \left. \frac{di}{dx} \right|_{I_d} (x=L) \quad (5.13)$$

$$I_d = \frac{2 \cdot I_a - I_c \cdot (e^{M \cdot L} + e^{-M \cdot L})}{e^{M \cdot L} - e^{-M \cdot L}} \quad (5.14)$$

- *Condiciones de frontera para los Tramos II y III.*

El potencial de carril en el punto de inyección de la corriente debe ser el mismo debido tanto a la corriente I_a como a la corriente I_b .

$$I_b = \frac{I_a \cdot (e^{M \cdot L} + e^{-M \cdot L}) - 2 \cdot I_c}{e^{M \cdot L} - e^{-M \cdot L}} \quad (5.15)$$

Por otro lado, sabemos que la suma de corrientes en el punto de inyección es igual a la corriente procedente de la catenaria, I_1 . Y que la suma de corrientes en el punto de conexión subestación con el carril también debe ser igual a dicha corriente I_1 , es decir, debe cumplirse que:

$$\begin{aligned} I_a + I_b &= I_1 \\ I_d + I_c &= I_1 \end{aligned} \quad (5.16)$$

Tememos 4 ecuaciones y 4 incógnitas, I_a , I_b , I_c e I_d , por tanto se puede demostrar que se cumple la suposición inicial asociada a la antimetría del problema planteado, esto es:

$$I_c = I_a = \frac{I_1}{2} \cdot \left[\frac{e^{M \cdot L} - e^{-M \cdot L}}{e^{M \cdot L} - 1} \right] \quad (5.17)$$

$$I_d = I_b = \frac{I_1}{2} \cdot \left[\frac{e^{M \cdot L} + e^{-M \cdot L} - 2}{e^{M \cdot L} - 1} \right] \quad (5.18)$$

5. Modelo matemático del carril

El siguiente paso es obtener las expresiones definitivas de la corriente que circula por el carril en cada tramo en función de la corriente inyectada, I_I :

- Tramo I $(-\infty, 0)$

$$i(x) = -I_d \cdot e^{-M \cdot x} = -\frac{I_1}{2} \cdot \left[\frac{e^{M \cdot L} + e^{-M \cdot L} - 2}{e^{M \cdot L} - 1} \right] \cdot e^{-M \cdot x} \quad (5.19)$$

- Tramo II $(0, L)$.

$$i(x) = \frac{I_1}{2} \cdot \left[\frac{(1 - e^{-M \cdot L}) \cdot e^{M \cdot x} + (e^{M \cdot L} - 1) \cdot e^{-M \cdot x}}{(e^{M \cdot L} - 1)} \right] \quad (5.20)$$

- Tramo III (L, ∞) .

$$i(x) = I_b \cdot e^{-M \cdot x} = \frac{I_1}{2} \cdot \left[\frac{e^{M \cdot L} + e^{-M \cdot L} - 2}{e^{M \cdot L} - 1} \right] \cdot e^{-M \cdot x} \quad (5.21)$$

5.4 Resistencia media de carril.

En la práctica, la consideración del modelo de carril planteado tiene importantes repercusiones en el valor de la resistencia efectiva del carril.

Centrándonos en el *Tramo II*, por ser parte de la malla del circuito de tracción, se define la *resistencia media del carril*, $R_{media}(x)$, como aquella tal que al multiplicarla por la corriente que circula por la locomotora, I_I , nos da la diferencia de potencial entre el punto de inyección de dicha corriente y el borne de conexión de la subestación al carril.

$$U_{carril}(L) = I_1 \cdot R_{media}(L) = \int_0^L R'_c \cdot i(x) \cdot dx = R'_c \cdot \frac{(1 - e^{-M \cdot L})}{M} \cdot I_1 \quad (5.22)$$

Por tanto, la resistencia media del carril responde a la siguiente expresión:

$$R_{media} = R'_c \cdot \frac{(1 - e^{-M \cdot L})}{M} \quad (5.23)$$

Para $R'_c = 0.01 \Omega/km$ y $G'_{TE} = 1 S/km$, cuando L tiende a un valor muy elevado, la resistencia media del carril tiende al valor $R'_c/M = 0.1 \Omega$. Y cuando L tiende a cero, la resistencia media también se aproxima a cero.

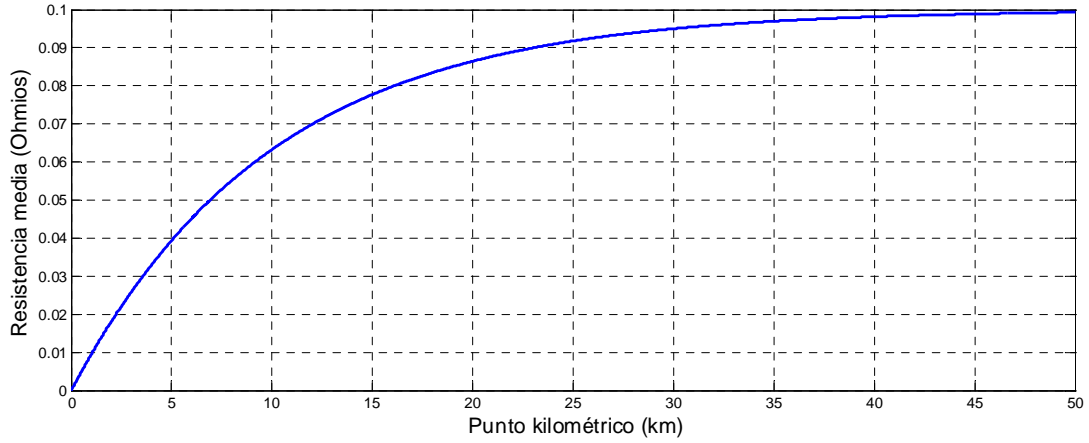


Figura 5.8-Resistencia efectiva de carril para $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$, (Ω).

5.5 Corriente media que circula por el carril

Partiendo de la ecuación (5.20) se obtiene la *corriente media*, que circula por el *Tramo II* del carril.

$$U_{carril}(L) = \int_0^L R'_c \cdot i(x) \cdot dx = R'_c \cdot \frac{(1 - e^{-M \cdot L})}{M} \cdot I_1 = R'_c \cdot L \cdot I_{1media} \quad (5.24)$$

$$I_{1media} = \frac{1}{L} \cdot \int_0^L i(x) \cdot dx = \frac{(1 - e^{-M \cdot L})}{M \cdot L} \cdot I_1 \quad (5.25)$$

Resulta interesante expresar el valor de la corriente media como un porcentaje respecto de la corriente inyectada, I_1 , y estudiar como varía en función de la distancia, L .

$$\frac{I_{1media}}{I_1} = \frac{(1 - e^{-M \cdot L})}{M \cdot L} \quad (5.26)$$

5. Modelo matemático del carril

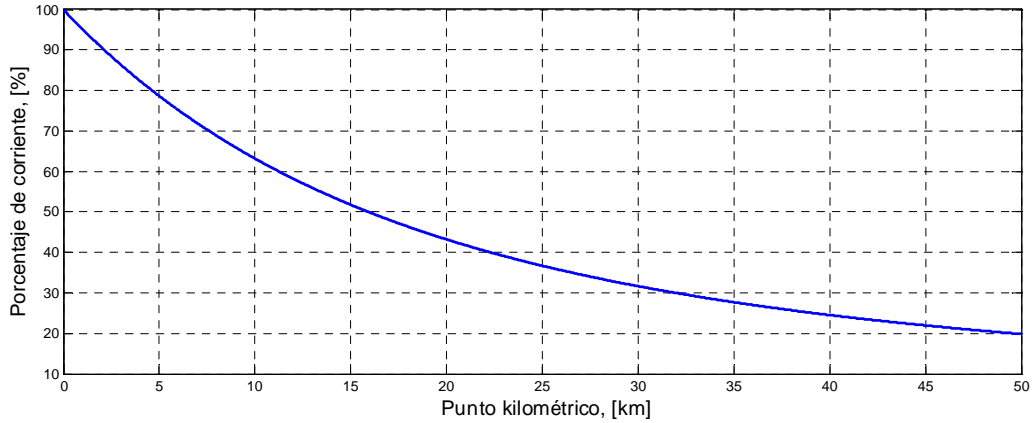


Figura 5.9-Porcentaje de corriente media para $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$, (%).

Comprobamos cómo la corriente se pierde rápidamente a través de las traviesas en función de la longitud de los carriles, L .

Se observa, además, que para una longitud de carril de $L=10 \text{ Km}$ y una conductancia del carril a tierra de $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$, la corriente media que circula por el mismo representa el 63 % de la corriente demandada por el tren, esto es, se disipa al terreno un 37 % de la corriente inyectada.

En el límite, cuando la longitud del carril tiende a infinito, toda la corriente abandona el carril para distribuirse por el terreno. Esta es una de las principales razones (junto con la elevada potencia disipada en catenaria) por la que la distancia entre subestaciones en sistemas de tracción de corriente continua debe ser mucho menor que en el caso de sistemas ferroviarios de corriente alterna. En caso contrario se podrían originar severos problemas de corrosión en las infraestructuras ferroviarias aledañas.

5.6 Potenciales de carril.

El cálculo de la expresión matemática del potencial entre carril y tierra (tensiones accesibles y de contacto) es inmediato para cada tramo sin más que tener en cuenta el modelo planteado en la **Figura 5.7**.

$$U_{c-t}(x) = -\frac{di(x)}{G'_{TE} \cdot dx} = -\frac{1}{G'_{TE}} \cdot \frac{di(x)}{dx} \quad (5.27)$$

Donde:

$-U_{c-t}(x)$, es la diferencia de potencial entre carril y tierra en cada punto del trazado, x , (V).

$-i(x)$, es la corriente que circula por el carril en cada punto del trazado, x , (A).

$-G'_{TE}$, es la conductancia lineal del carril a tierra, (S/km).

- Tramo I $(-\infty, 0)$.

$$U_{c-t}(x) = -\frac{M}{G'_{TE}} \cdot \frac{I_1}{2} \cdot \left[\frac{e^{M \cdot L} + e^{-M \cdot L} - 2}{e^{M \cdot L} - 1} \right] \cdot e^{-M \cdot x} \quad (5.28)$$

- Tramo II $(0, L)$.

$$U_{c-t}(x) = -\frac{M}{G'_{TE}} \cdot \frac{I_1}{2} \cdot \left[\frac{(1 - e^{-M \cdot L}) \cdot e^{M \cdot x} - (e^{M \cdot L} - 1) \cdot e^{-M \cdot x}}{(e^{M \cdot L} - 1)} \right] \quad (5.29)$$

- Tramo III (L, ∞) .

$$U_{c-t}(x) = \frac{M}{G'_{TE}} \cdot \frac{I_1}{2} \cdot \left[\frac{e^{M \cdot L} + e^{-M \cdot L} - 2}{e^{M \cdot L} - 1} \right] \cdot e^{-M \cdot x} \quad (5.30)$$

Como estamos trabajando con una subestación aislada con topología en Γ , sólo nos interesa lo que sucede en el cantón alimentado por dicha subestación, por tanto, únicamente trabajaremos con los *Tramos II* y *III* por ser los realmente involucrados en el circuito de tracción.

A partir de las ecuaciones deducidas anteriormente, se define la *impedancia característica del carril*, Z_0 , como la raíz cuadrada del cociente entre la constante de propagación del carril, M , y la conductancia lineal de los carriles a tierra, G'_{TE} :

$$Z_0 = \frac{M}{G'_{TE}} = \sqrt{\frac{R'_c}{G'_{TE}}} \quad (5.31)$$

6 Simulaciones

Resulta necesario destacar que a la hora de llevar a cabo las simulaciones, siempre estamos considerando condiciones de régimen permanente, puesto que el modelo de carril desarrollado a lo largo de este trabajo no contempla los fenómenos de carácter transitorio provocados por la existencia de inductancias y capacidades parásitas. Es decir, para cada posición del vehículo de tracción, x , resolvemos un circuito en condiciones de régimen permanente, por lo tanto, las tensiones máximas de carril permitidas no deben sobrepasar los $120 V$, de acuerdo con la normativa al respecto, [4].

6.1 Tensiones accesibles.

Una vez que hemos calculado las expresiones que identifican el potencial de carril en cada tramo de trazado ferroviario, calcularemos la tensión accesible en el punto donde se sitúa el tren, L , es decir, el punto donde se produce la inyección de corriente procedente del vehículo de tracción. Para ello se debe utilizar como corriente de tracción, I_t , la calculada a partir de la expresión (3.15).

$$I_1(x) = I(x) = \frac{U_{ss} - \sqrt{U_{ss}^2 - 4 \cdot R_{eq}(x) \cdot P(x)}}{2 \cdot R_{eq}(x)} \quad (6.1)$$

Las condiciones en las que se llevan a cabo la simulación son las siguientes:

- Tramo del trazado ferroviario de longitud $L=10 km$, completamente recto en el que el radio de curvatura es infinito y la pendiente de la vía es cero.
- Velocidad del vehículo constante en todo momento (ver *ANEXO A*).

6. Simulaciones

- Potencia demandada por el tren constante en cada punto, x , del trazado e igual a $P(x)=1\text{ MW}$.
- Resistencia de cortocircuito de la subestación, $R_0=0.2\ \Omega$.
- Resistencia lineal de la catenaria, $R'=0.03\ \Omega$.
- Resistencia lineal de los carriles, $R'_C=0.01\ \Omega$.
- Tensión de la subestación de tracción, $U_{SS}=3600\text{ V}$.

Sin embargo, en este caso debemos tener en cuenta las características físicas de la unión entre el carril y el terreno, esto es la conductancia lineal del carril a tierra, G'_{TE} .

Suponemos un trazado ferroviario, en el que los carriles se fijan a traviesas de hormigón que descansan en un balasto de arena con impurezas de arcilla. En tales condiciones, y de acuerdo con la **Tabla 4.4**, la conductancia lineal media de los carriles a tierra se estima en $G'_{TE}=5\text{ S/km}$.

Bajo estas premisas, la tensión accesible que se establece en cada punto del trazado ferroviario se presenta en la gráfica siguiente.

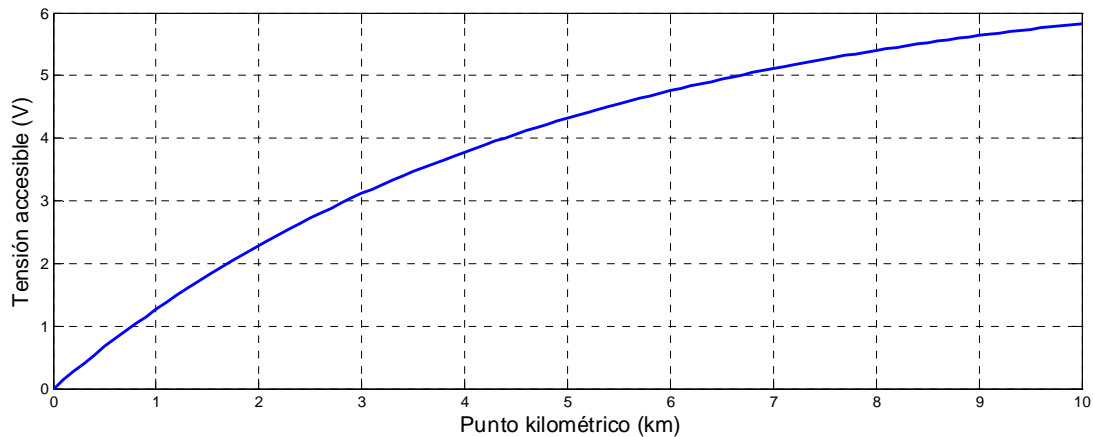


Figura 6.1-Tensiones accesibles para $G'_{TE}=5\text{ S/km}$.

Como se observa, en condiciones de funcionamiento normales se alcanza una tensión accesible máxima de 5.8 V en el punto kilométrico $L=10\text{ km}$, con lo que no se supera en ningún momento los límites establecidos por la norma, **Tabla 4.2**.

Existen dos motivos que justifican tal hecho:

- En primer lugar, las corrientes de tracción desarrolladas en condiciones normales son reducidas, en consecuencia, también lo serán los potenciales de carril generados.
- Y en segundo lugar, el trazado considerado presenta un reducido aislamiento del carril respecto de tierra.

Para comprobar este último punto, consideramos un trazado en el que las traviesas se asientan en un balasto de grava sin impurezas, con lo que se estima una menor conductancia del carril a tierra de valor $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$, de acuerdo con la **Tabla 4.4**

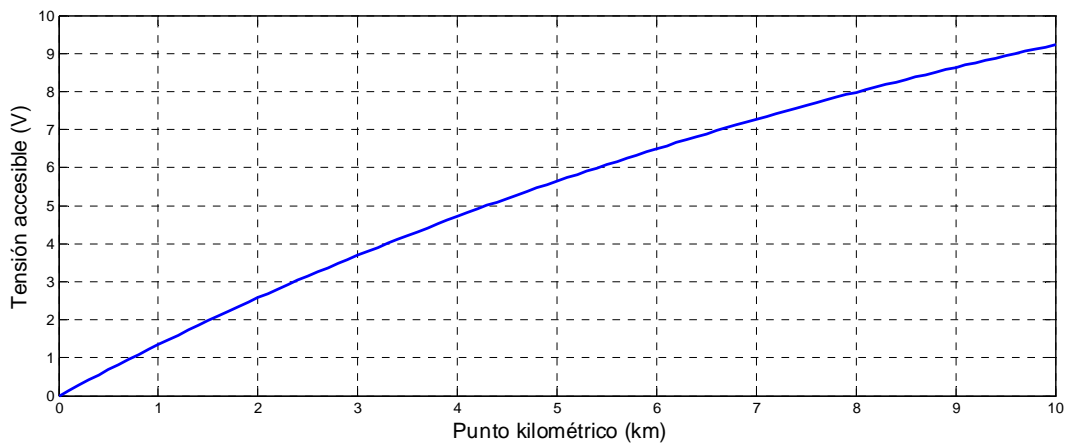


Figura 6.2-Tensiones accesibles para $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$.

Debido a la mejora en las condiciones de aislamiento de los carriles, la tensión accesible máxima a lo largo del trazado aumenta de 5.8 V a 9.2 V .

Por último, resulta interesante destacar que si por cualquier motivo la resistencia lineal de los carriles, R'_C , aumentase, también se produciría un aumento en el valor de los potenciales de carril, ya que aumentaría el porcentaje de corriente disipada hacia el terreno a través de las traviesas, esto es, se incrementaría el valor de la impedancia característica de los carriles, Z_0 .

Este fenómeno queda patente en la **Figura 6.3**, donde se muestra la distribución de tensiones accesibles para una conductancia lineal a tierra de $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$, y una resistencia lineal de carril de valor doble a la previamente considerada, es decir, $R'_C=0.02 \text{ } \Omega/\text{km}$.

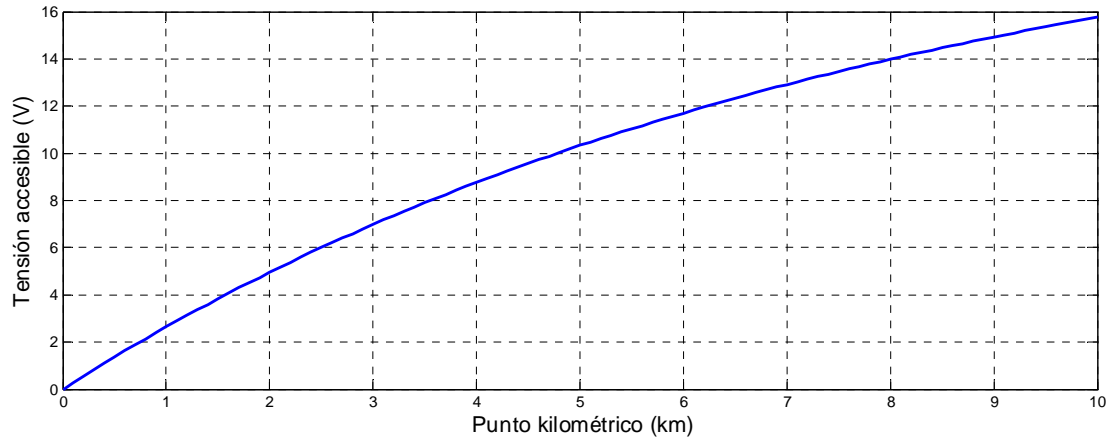


Figura 6.3-Tensiones accesibles para $R'_c=0.02 \Omega/km$ y $G'_{TE}=1 S/km$.

Debido al incremento de la impedancia lineal de los carriles, R'_C , la tensión accesible máxima a lo largo del trazado aumenta de $9.2 V$ a $15.8 V$.

6.1.1 Distribución espacial de tensiones accesibles.

Hasta aquí, hemos obtenidos las tensiones accesibles justo en el punto donde el vehículo inyecta corriente en el carril. Sin embargo, resulta muy interesante estudiar los *efectos remotos* causados por la circulación de un tren, es decir, la distribución de tensiones accesibles lo largo de todo el cantón cuando el tren se encuentra situado en punto cualquiera del trazado ferroviario, y_i .

Tal simulación, independientemente de mostrarnos los niveles de tensión en el punto donde se encuentra el vehículo, nos permite cuantificar sus efectos remotos aguas arriba y aguas abajo del mismo. Para ello, únicamente nos centraremos en el cantón alimentado por la subestación de tracción, esto es los *Tramos II* y *III* indicados en la **Figura 5.4**.

El resultado final es una distribución tridimensional de tensiones accesibles, **Figura 6.4**, donde el eje Y indica el punto kilométrico donde se encuentra el vehículo. El eje X muestra el punto kilométrico en el que se mide la tensión accesible generada por la inyección de corriente. El eje Z registra la magnitud de la tensión accesible en cada punto del trazado.

La **Figura 6.4** muestra dicha distribución tridimensional de tensiones accesibles para una potencia de tracción de $P(x)=1 MW$, una resistencia lineal de carril $R'_C=0.01 \Omega/km$, y una conductancia de carril a tierra $G'_{TE}=1 S/km$.

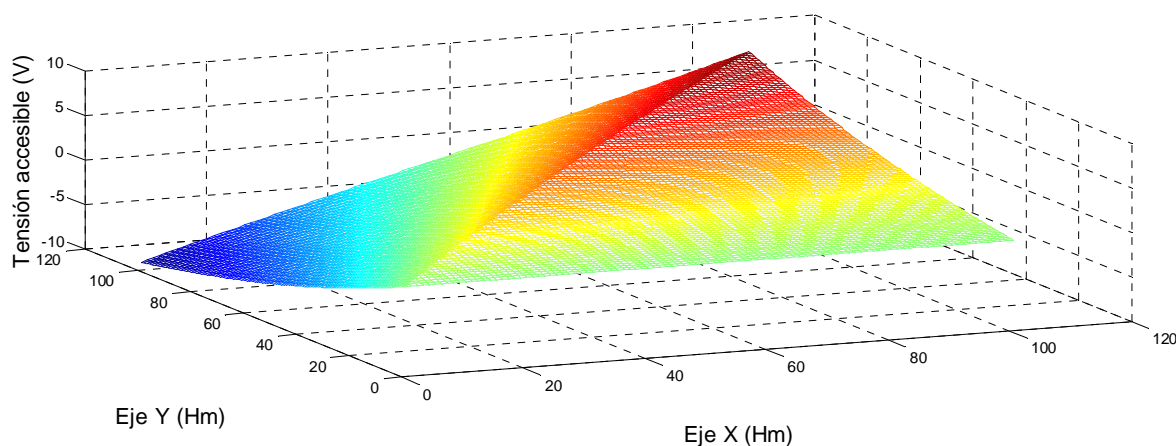


Figura 6.4-Distribución tridimensional de tensiones accesibles (V).

Al cortar esta distribución espacial mediante el plano $x=y$ obtenemos la distribución de tensión accesible que aparece justo en el punto donde se sitúa el tren, es decir, obtenemos la **Figura 6.2**.

Para obtener la distribución de tensiones accesibles a lo largo del carril debemos cortar la distribución espacial por el plano $y = y_i$.

Así por ejemplo, si el tren se encuentra en el punto kilométrico $y_i = 5 \text{ km}$, la distribución de tensiones accesibles a lo largo del trazado ferroviario es la que se muestra a continuación.

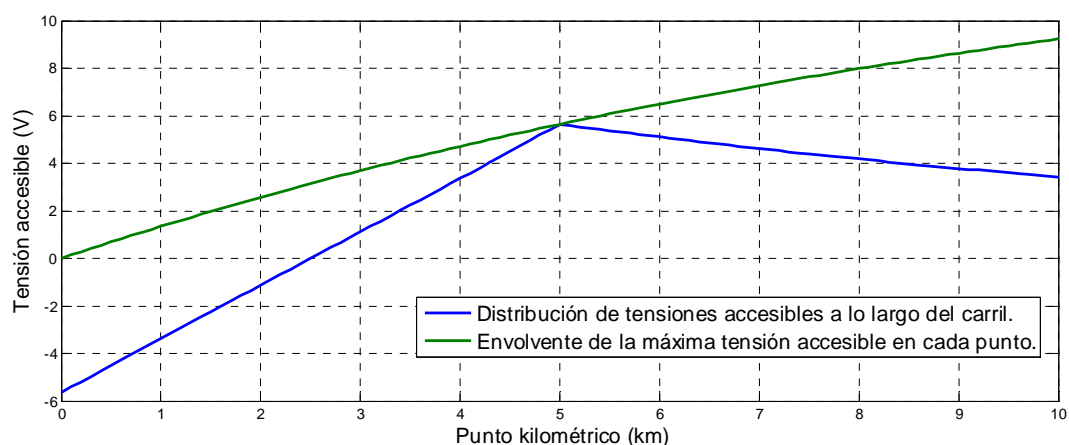


Figura 6.5-Distribución bidimensional de tensiones accesibles (V).

La *curva a tramos azul* nos muestra la distribución de tensiones accesibles a lo largo del carril como consecuencia del efecto remoto provocado por el tren situado en el punto kilométrico $y_i=5 \text{ km}$. Dicha curva se divide en dos tramos claramente diferenciados. El tramo aguas abajo del emplazamiento del vehículo resulta ser el *Tramo II*. Y el tramo aguas arriba es el *Tramo III* que, hipotéticamente, presenta una longitud infinita, **Figura 5.4**.

- *Tramo II (aguas abajo del tren)*

En el punto donde se encuentra el tren, la tensión accesible alcanza el valor de 5.6 V . A medida que nos acercamos a la subestación, situada en $x=0 \text{ km}$, la tensión accesible decrece hasta alcanzar un valor nulo en $x=2.5 \text{ km}$. A partir de dicho punto, la tensión accesible es negativa, hasta situarse en un valor de -5.6 V en el borne negativo de la subestación conectado al carril.

Este comportamiento, como ya se sabe, es debido a que a lo largo de la primera mitad del *Tramo II* tiene lugar una fuga de corriente desde el carril al terreno, por lo que la tensión accesible debe ser positiva, según el criterio de signos aceptado. Mientras que en la segunda mitad del *Tramo II*, la corriente aflora del terreno hacia los carriles para reponer la corriente total que debe circular por la subestación, con lo que la tensión accesible cambia de signo y pasa a ser negativa.

- *Tramo III (aguas arriba del tren)*

En el punto donde se sitúa el tren, la tensión accesible es igual a 5.6 V , sin embargo, la tensión tiende a cero a lo largo del carril según una curva exponencial decreciente, como consecuencia de las fugas diferenciales de corriente. En el límite, la tensión accesible es nula, porque el carril ha perdido toda su corriente, ya que ésta circula íntegramente por el terreno.

La *curva verde* es la envolvente de la anterior *curva azul*, y coincide con la curva mostrada en la **Figura 6.2**. Físicamente nos indica cuál es la tensión accesible justo en el punto donde está emplazado el vehículo.

Si seccionamos la superficie mostrada en la **Figura 6.4** mediante diferentes planos $y=y_i$, obtenemos una sucesión de distribuciones de tensiones accesibles a lo largo del cantón, que se puede visualizar en la *película* que se adjunta en el CD que acompaña a este documento. En dicha película se observa como el tren se desplaza a lo largo de la vía, y con él, la distribución de tensiones accesibles que genera.

6.1.2 Evolución de la tensión accesible en un punto.

Finalmente, el modelo desarrollado permite determinar la evolución de la tensión accesible en un punto fijo, x_j , en función de la posición del tren. Para ello, se hace circular el tren a lo largo del trazado ferroviario mientras registramos la tensión accesible en dicho punto fijo, donde se sitúa el observador.

Así por ejemplo, para calcular la tensión accesible en el punto kilométrico $x_j=5 \text{ km}$, debemos cortar la superficie de la **Figura 6.5** mediante el plano $x=5 \text{ km}$, con lo que obtenemos la gráfica que se muestra a continuación.

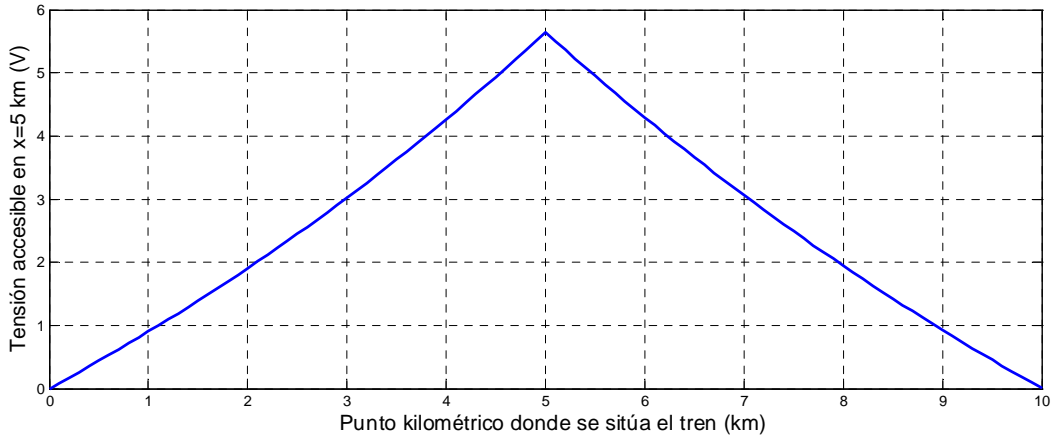


Figura 6.6-Tensión accesible en el punto kilométrico $x_j=5 \text{ km}$.

En la **Figura 6.6** se puede apreciar que la tensión accesible en $x_j=5 \text{ km}$ es cero cuando el tren se encuentra en el borne negativo de conexión de la subestación al carril, es decir en $x=0 \text{ km}$. Como era de esperar, cuando el tren se sitúa en $x_j=5 \text{ km}$, la tensión en ese mismo punto alcanza el valor de 5.6 V registrado en la **Figura 6.5**.

6.2 Tensiones de contacto.

En este caso, las simulaciones consisten en desplazar, a lo largo del cantón ferroviario, el punto donde se produce el cortocircuito entre catenaria y carriles, y obtener la tensión de contacto en dicho punto.

Para calcular las tensiones de contacto en cada punto kilométrico, L , se debe utilizar como corriente, I_{CC} , la calculada en condiciones de cortocircuito a partir de la expresión (3.22).

$$I_1(x) = I_{cc}(x) = \frac{U_{ss}}{R_{eq}(x)} = \frac{U_{ss}}{R_0 + (R' + R'_c) \cdot x} \quad (6.33)$$

Para obtener las simulaciones de las tensiones de contacto emplearemos las mismas condiciones de trazado y vía que las utilizadas para calcular la tensión accesible en el apartado anterior.

6. Simulaciones

En el caso de trabajar con un trazado en el que los carriles se fijan a las traviesas de hormigón en un balasto de arena con impurezas de arcilla, la conductancia de los carriles a tierra presenta un valor medio de $G'_{TE}=5 \text{ S/km}$.

En estas condiciones, la distribución de tensiones de contacto se muestra en la figura siguiente.

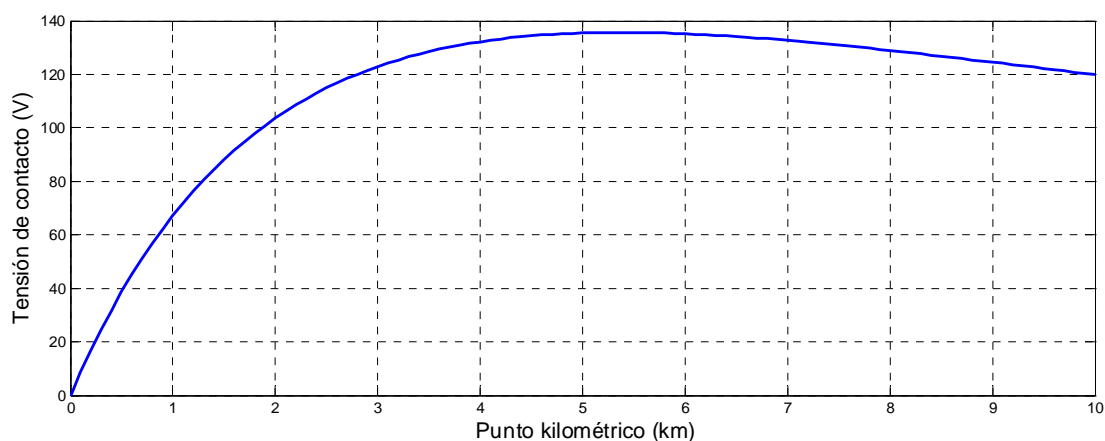


Figura 6.7-Tensión de contacto para $G'_{TE}=5 \text{ S/km}$.

En condiciones de cortocircuito la tensión de contacto alcanza un valor máximo 135 V , con lo que no se estaría cumpliendo el límite máximo impuesto por la norma (120 V) en condiciones de *régimen permanente*, [4].

Este aumento del potencial de carril respecto de las condiciones normales se produce porque las corrientes de tracción en condiciones de cortocircuito superan los 6000 A , **Figura 3.10**, dos orden de magnitud por encima del valor de las corrientes en condiciones normales, con lo que los potenciales de carril también aumentan.

Por otro lado, al mejorar las condiciones de aislamiento del carril, las tensiones de contacto aumentarían en todo el trazado. Así, si se trabaja con traviesas de hormigón en balasto de grava sin impurezas, es decir, con $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$, la distribución de tensiones accesibles es la que se muestra a continuación.

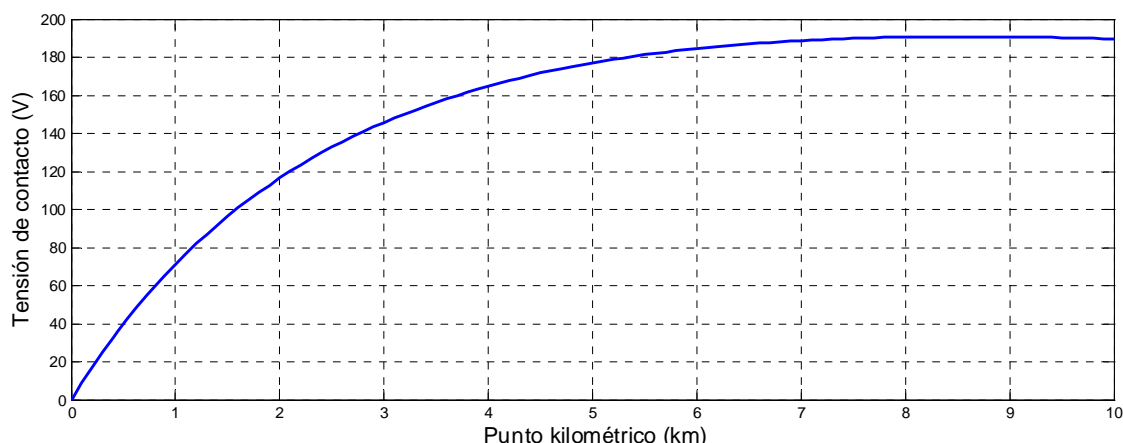


Figura 6.8-Tensión de contacto para $G'_{TE}=1 \text{ S/km}$.

Como era de esperar, al mejorar las condiciones de aislamiento de los carriles, las tensiones de contacto aumentan en todo el trazado ferroviario, llegando incluso a alcanzar un valor máximo de 191 V , una magnitud completamente intolerable en régimen permanente desde el punto de vista de la seguridad de personas y equipos, tal como contempla la normativa al respecto, **Tabla 4.1**.

En definitiva, en condiciones de cortocircuito, la tensión de contacto sí llega a superar el valor límite de régimen permanente establecido por la norma, 120 V . No obstante, esto no resta validez a nuestro modelo, ya que las condiciones de cortocircuito no pueden considerarse de régimen permanente, puesto que en caso de producirse un contacto eléctrico entre catenaria y carriles, las protecciones de la subestación despejarían la falta, impidiendo que prosperase durante un tiempo prolongado.

6.2.1 Distribución espacial de tensiones de contacto.

De forma similar a como procedimos en el apartado anterior, estudiaremos la distribución de tensiones de contacto lo largo de todo el carril cuando se produce un cortocircuito en un punto cualquiera del trazado ferroviario, y_i . En este caso, extenderemos la longitud del carril hasta los 50 km con el fin apreciar con mayor detalle las gráficas obtenidas.

En la nueva distribución tridimensional de tensiones de contacto, el eje Y indica el punto kilométrico donde se produce el cortocircuito. El eje X muestra el punto kilométrico en el que se mide la tensión de contacto generada por dicho cortocircuito. El eje Z registra la magnitud de dicha tensión de contacto.

La **Figura 6.9** muestra la distribución tridimensional de tensiones de contacto para una resistencia lineal de carril de valor $R'_C=0.01 \Omega/km$, y una conductancia de carril a tierra $G'_{TE}=1 S/km$.

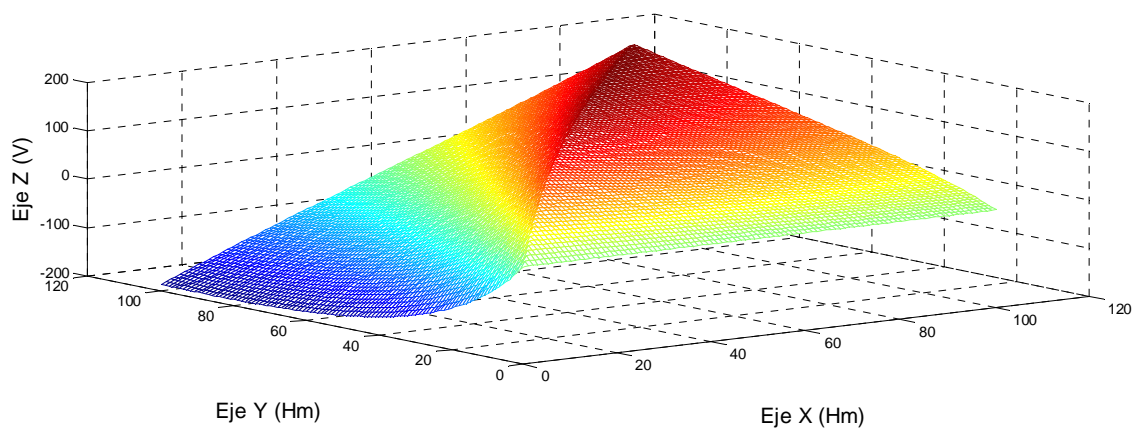


Figura 6.9-Distribución tridimensional de tensiones de contacto.

Al seccionar esta distribución espacial mediante el plano $x=y$ obtenemos la tensión de contacto que aparece justo en el punto donde se produce el cortocircuito, es decir, obtenemos la **Figura 6.8**.

Para obtener la distribución de tensiones de contacto a lo largo del carril cuando se produce un cortocircuito en el punto kilométrico, y_i , debemos cortar la distribución espacial por el plano $y= y_i$.

Así por ejemplo, si se produce un cortocircuito en el punto kilométrico $y_i=5 km$, la distribución espacial de tensiones de contacto es la que se muestra a continuación.

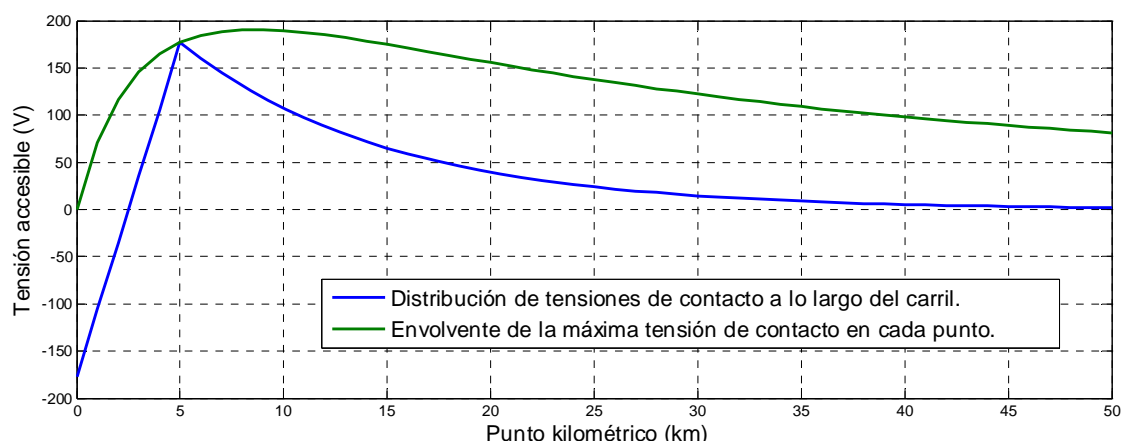


Figura 6.10-Distribución bidimensional de tensiones de contacto.

La *curva a tramos azul* nos muestra la distribución de tensiones de contacto a lo largo del carril como consecuencia del cortocircuito producido en el punto kilométrico $y_i=5 \text{ km}$. Dicha curva se divide en dos tramos claramente diferenciados. El tramo aguas abajo del cortocircuito es el *Tramo II*. Y el tramo aguas arriba es el *Tramo III* que, hipotéticamente, presenta una longitud infinita.

- *Tramo II (aguas abajo del cortocircuito)*

En el punto donde se produce el cortocircuito la tensión de contacto alcanza el valor máximo de 177 V . A medida que nos acercamos a la subestación, situada en $x=0 \text{ km}$, la tensión de contacto decrece hasta alcanzar un valor nulo en $x=2.5 \text{ km}$. A partir de dicho punto, la tensión de contacto es negativa, hasta exhibir el valor mínimo en el borne negativo de la subestación conectado al carril, esto es -177 V . Este comportamiento se debe a que a lo largo de la primera mitad del *Tramo II* tiene lugar una fuga de corriente desde el carril al terreno, por lo que la tensión de contacto debe ser positiva. Mientras que en la segunda mitad del *Tramo II*, la corriente aflora desde el terreno hacia los carriles, siendo la tensión de contacto negativa, de acuerdo con la referencia de signos establecida.

- *Tramo III (aguas arriba del cortocircuito).*

En el punto donde se produce el cortocircuito, la tensión de contacto es máxima e igual a 177 V . Se observa, además, que la tensión tiende a cero a lo largo del carril de acuerdo con una curva exponencial decreciente, como consecuencia de las fugas diferenciales de corriente. Se puede apreciar que en el límite, la tensión de contacto es nula puesto que el carril ha perdido toda su corriente.

La *curva verde* es la envolvente de la anterior *curva azul* y coincide con la curva mostrada en la **Figura 6.8**, aunque con el eje de abscisas incrementado hasta el punto kilométrico

$x=50 \text{ km}$. Físicamente nos indica cuál es la tensión de contacto justo en el punto donde se ha producido el cortocircuito.

Si cortamos la superficie mostrada en la **Figura 6.9** mediante diferentes planos $y=y_i$, obtenemos una sucesión de distribuciones de tensiones de contacto a lo largo del cantón, que se pueden visualizar en la *película* que se adjunta en el CD que acompaña a este documento. En dicha película se observa cómo el punto del cortocircuito se desplaza a lo largo de la vía, y con él, la distribución de tensiones de contacto.

6.2.2 Evolución de la tensión de contacto en un punto.

Al igual que en el apartado anterior, emplearemos el modelo desarrollado para determinar la evolución de la tensión de contacto en un punto fijo, x_j , en función de la posición del cortocircuito. Para ello, provocamos un cortocircuito en cada punto kilométrico del trazado, y registramos la tensión de contacto en un punto fijo del mismo, x_j , donde se sitúa el observador.

Así por ejemplo, para calcular la tensión de contacto en el punto kilométrico $x_j=5 \text{ km}$, debemos cortar la superficie mostrada en la **Figura 6.9** mediante el plano $x=5 \text{ km}$, con lo que obtenemos la gráfica que se muestra a continuación.

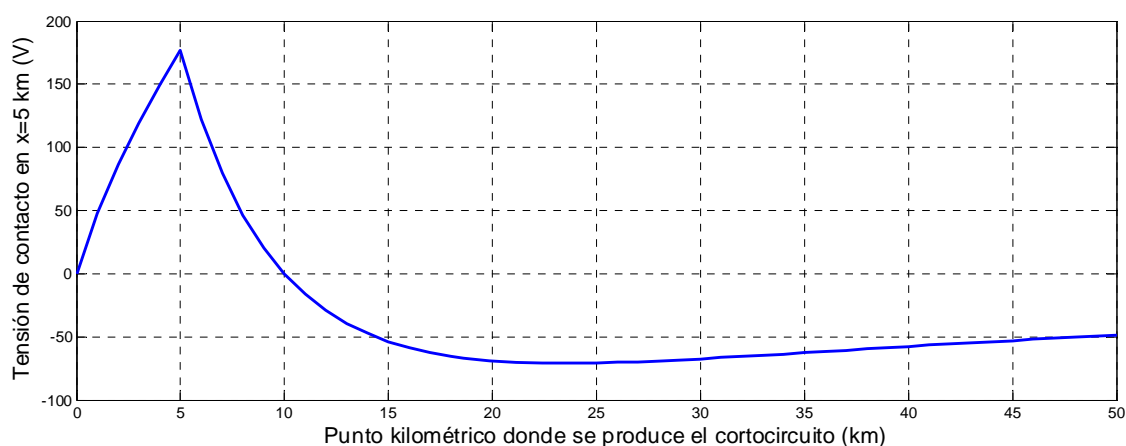


Figura 6.11-Tensión de contacto en el punto kilométrico $x_j=5 \text{ km}$.

En la **Figura 6.11** se puede apreciar que la tensión de contacto en $x_j=5 \text{ km}$ es cero, cuando el cortocircuito se produce en el borne negativo de conexión de la subestación al carril, es decir en $x=0 \text{ km}$. Como era de esperar, cuando el cortocircuito se produce en $x_j=5 \text{ km}$, la tensión en ese mismo punto alcanza el valor máximo de 177 V registrado en la **Figura 6.10**.

7 Conclusiones y trabajos futuros

7.1 Conclusiones y principales contribuciones.

Como se ha podido comprobar a lo largo de este documento, la *diferencia fundamental* entre el sistema eléctrico de tracción ferroviaria y el sistema eléctrico convencional es la *alimentación de cargas móviles* a través de las líneas de contacto aéreas. Se puede asegurar, por tanto, que el principal problema de la tracción ferroviaria es alimentar un *sistema de cargas de geometría variable*.

Tales cargas se caracterizan por su fuerte dependencia con el tiempo, ya que no sólo varía su localización espacial, y con ello la topología del circuito de tracción, sino que también varía la potencia que demandan en cada punto, de acuerdo con las características físicas del trazado ferroviario (radio de curvatura, pendiente, velocidad máxima permitida, etc).

Una vez hecha esta observación, que resulta fundamental para comprender la magnitud y complejidad del sistema analizado, nos centramos en la exposición de las principales conclusiones que se han obtenido durante la realización de esta tesis fin de máster.

I A la vista de los resultados obtenidos con la herramienta de simulación diseñada durante este trabajo, se puede concluir que la explotación de cualquier sistema de tracción en corriente continua siempre genera corrientes vagabundas. En consecuencia, siempre se producirán efectos adversos sobre las infraestructuras próximas y equipos electrónicos, siendo los más relevantes la corrosión catódica y las interferencias electromagnéticas.

Uno de los principales objetivos del ingeniero ferroviario es, por tanto, diseñar los circuitos de tracción considerando tales efectos y minimizándolos hasta nivel tolerables.

II Las simulaciones obtenidas a lo largo de este trabajo demuestran que en *condiciones normales de operación* es habitual que circulen varios cientos de amperios a través del circuito de retorno, dando lugar a *tensiones accesibles* de valores razonables y comprendidos dentro de los límites establecidos por la normativa.

Sin embargo, en *condiciones de cortocircuito* las corrientes se incrementan hasta en dos órdenes de magnitud, con lo que se generan elevadas *tensiones de contacto*, que, dependiendo del nivel de aislamiento del carril, podrán o no rebasar los límites impuestos por la norma.

Con objeto de reducir tales diferencias de potencial, que pueden resultar fatales para pasajeros, personal, equipos electrónicos e instalaciones, es necesario diseñar los circuitos de retorno controlando tres parámetros fundamentales, a saber:

- La resistencia lineal de los carriles de rodadura, R'_C .
- El nivel de aislamiento del carril con respecto al terreno, dado por su conductancia lineal a tierra, G'_{TE} .
- La longitud del cantón ferroviario, L .

III Cuanto menor sea la resistencia lineal de los carriles, R'_C , mayor será el porcentaje de corriente que circule por ellos, con lo que se minimizarán las pérdidas al terreno. La forma más simple de conseguir una reducción apreciable en dicha resistencia es incrementar la superficie efectiva de conducción de los carriles empleando, por ejemplo, un conductor de refuerzo unido solidariamente a los mismos. De esta forma se garantiza que la corriente circula por los circuitos diseñados a tal fin.

IV Cuanto menor sea la conductancia lineal del carril a tierra, G'_{TE} , mayor será el nivel de aislamiento del mismo, por tanto, mayor será la diferencia de potencial respecto del terreno. Para reducir la magnitud de los potenciales de carril se podría pensar en reducir el nivel de aislamiento de los carriles, pero al hacer esto, aumentaría el porcentaje de corrientes vagabundas disipadas al terreno, con lo que se acelerarían los procesos de corrosión de las infraestructuras aledañas.

En resumidas cuentas, se debe establecer un compromiso entre el nivel de aislamiento de los carriles y los valores máximos de tensión accesible y de contacto.

V A partir de las distribuciones tridimensionales de potenciales de carril, somos capaces de obtener dos importantes distribuciones de tensiones:

- Si realizamos un *corte transversal* mediante el plano $x=x_i$, obtenemos la distribución de potenciales de carril a lo largo del cantón como consecuencia del cortocircuito o tren situado en el punto kilométrico $y=y_i$.
- Si realizamos un *corte transversal* mediante el plano $x=x_j$, obtenemos la evolución de los potenciales de carril en el punto fijo x_j como consecuencia de un cortocircuito o tren que se desplaza a lo largo del cantón.

En definitiva, mediante el modelo *de carril con traviesas uniformemente distribuidas* somos capaces de simular las pérdidas de corriente que se producen durante la operación del sistema ferroviario en condiciones normales y de cortocircuito. Y lo que resulta aún más importante, somos capaces de obtener la distribución de tensiones accesibles y de contacto en cualquier punto del carril como consecuencia del funcionamiento del sistema ferroviario.

7.2 Trabajos futuros.

I En las gráficas obtenidas en el *capítulo 6* se observa como la tensión de contacto alcanza su máximo en un cierto punto del cantón ferroviario que varía en función de los valores de R'_C y G'_{TE} considerados. En función de las características del carril y del terreno, sería posible determinar la longitud máxima del cantón para no sobrepasar la tensión máxima de contacto de acuerdo con la normativa, acotando de esta forma el número máximo de subestaciones de tracción a lo largo del trazado ferroviario.

Por tanto, un posible trabajo futuro es emplear esta herramienta para optimizar el coste asociado de aumentar la sección efectiva del carril, mejorar el nivel de aislamiento del mismo y disminuir el número de subestaciones del trazado.

II Otro trabajo a desarrollar en el futuro es calcular las distribuciones de tensiones accesibles para la topología Γ cuando circulen varios trenes por el mismo cantón.

Así por ejemplo, si hubiese dos vehículos consumiendo una potencia $P_1(x)$ y $P_2(x)$, separados una distancia d , **Figura 8.1**, habría que seguir los siguientes pasos para obtener la distribución de potenciales de carril:

- Calcular las corrientes demandadas por cada vehículo, $I_1(x)$ e $I_2(x)$. En este caso no quedaría otro remedio que aplicar el método iterativo del *flujo de potencia*, puesto que resultaría muy complicado obtener una ecuación analítica que describiese el comportamiento del circuito, como ocurría para el caso de un sólo tren.
- Calcular la distribución de tensiones accesibles generadas por cada tren de forma independiente.

7. Conclusiones y trabajos futuros

- Aplicar el *principio de superposición* y obtener la distribución de tensiones accesibles como la suma de las tensiones provocadas por cada uno de los trenes actuando por separado.

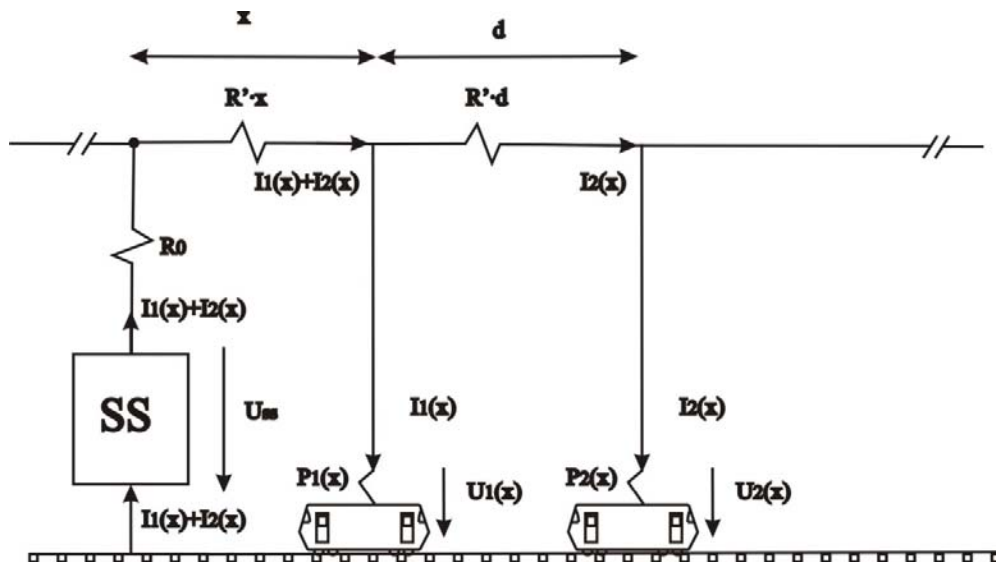


Figura 7.1-Circuito de tracción con dos vehículos en condiciones normales.

III Un tercer proyecto sería calcular los potenciales de carril para diferentes topologías de circuito de tracción, y cuando circulan varios trenes por un mismo cantón.

IV Por último, resulta muy interesante desarrollar un software que permita extender todo el análisis presentado en este documento a los sistemas de corriente alterna en $1 \times 25 \text{ kV}$ y $2 \times 25 \text{ kV}$.

Anexo A-Dinámica del tren

El par producido por los motores del tren es transmitido a las ruedas que, al entrar en contacto con los carriles, transmiten un *esfuerzo de tracción o de frenado*, F_{tf} , al vehículo.

En motores diesel, dicho esfuerzo está muy ligado a la potencia disponible del vehículo, siendo este valor un porcentaje elevado (80-90%) de la potencia total desarrollada cuando los servicios auxiliares del tren se alimentan desde el mismo motor diesel, [26]. En este caso debe restarse a la potencia del motor diesel la parte que se dedica a los servicios auxiliares.

Esto no ocurre en tracción eléctrica, donde los servicios auxiliares se alimentan, generalmente, desde la catenaria. Tampoco ocurre así en los trenes diesel cuyos servicios auxiliares se alimenten desde grupos de generación independientes.

A efectos prácticos, a lo largo de esta tesis fin de máster se considerará, tal como se refleja en la bibliografía, [6]-[8], [26], que la potencia calculada a partir del esfuerzo de tracción o de frenado, es la potencia realmente entregada por la catenaria.

A.1 Esfuerzo de tracción o frenado.

A la resultante de los esfuerzos generados por el propio tren en un momento determinado, para aumentar o disminuir su velocidad, se le denomina *esfuerzo de tracción o frenado*, F_{ft} .

Se considera *positivo* (sentido de la marcha del tren) cuando es un *esfuerzo de tracción*, y *negativo* (sentido contrario a la marcha del tren) cuando es un *esfuerzo de frenado*.

De acuerdo con la primera ley de Newton, el *esfuerzo de tracción o de frenado*, F_{tf} , es igual a la suma de la *fuerza de inercia del vehículo*, F_i , más la *resistencia total al avance del tren*, F_r , es decir, la resultante de fuerzas externas que actúan sobre el tren.

$$\boxed{\sum F_{ext} = F_{tf} - F_{resistencia} = M \cdot a = F_{inercia}} \quad (A.1)$$

$$F_{tf} = F_{inercia} + F_{resistencia} = M \cdot a + F_{resistencia} \quad (A.2)$$

A.2 Resistencia de inercia para acelerar o frenar el tren.

Cuando el tren aumenta (o disminuye) su velocidad, no sólo es preciso incrementar su velocidad de traslación en el sentido longitudinal de la vía, sino que además es necesario aumentar la velocidad de rotación de las diversas masas giratorias del vehículo tales como las ruedas o los ejes, entre otras. Estas masas giran más rápido cuanto mayor sea la velocidad del tren, por lo que es preciso dedicar parte de la fuerza de tracción neta disponible a acelerar (o frenar) angularmente dichas masas giratorias.

Por tanto, existe una relación lineal entre la aceleración de traslación, a , y la de rotación de masas, α_i , en consecuencia, se puede expresar la fuerza de inercia de manera compacta a través del *coeficiente de masas giratorias*, C_{mg} .

$$F_{inercia} = F_{i,traslacion} + F_{i,rotacion} = C_{mg} \cdot F_{i,traslacion} = C_{mg} \cdot M \cdot a \cdot 10^{-2} \quad (A.3)$$

$$F_{inercia} = (M + M_{mg}) \cdot a \cdot 10^{-2} \quad (A.4)$$

Donde,

- $F_{inercia}$, es la fuerza total de inercia que debe vencer el tren para desplazarse, (daN).

- $F_{i,traslacion}$, es la fuerza de inercia debido a la aceleración de traslación, (daN).

- $F_{i,rotacion}$, es la fuerza de inercia debido a la aceleración angular de las masas giratorias, (daN).

- M , es la masa del tren, (Tm).

- M_{mg} , es la masa ficticia, que representa la inercia de las masas giratorias, (Tm).

- a , es la aceleración lineal del tren, (m/s²).

- C_{mg} , es el coeficiente de masas giratorias, de valor medio 1.06 según RENFE.

Como se observa, a efectos de cálculo de la aceleración o frenado de un tren, debe considerarse la masa real del vehículo, M , más una masa ficticia adicional, M_{mg} , que tiene en cuenta los efectos de las masas giratorias.

A.3 Resistencia total al avance.

Por su parte, la *resistencia total al avance* de un tren no es sólo diferente para un mismo tren en distintos puntos y momentos de su recorrido (en función de la pendiente, radio de curvatura, velocidad, etc), sino que también es diferente en cada una de las partes de un mismo tren. Esto es así porque, si bien todo el tren se desplaza a la misma velocidad, parte de él puede estar en curva, otra parte en recta, e incluso, una parte puede estar en pendiente y otra en rampa.

No obstante, para llevar a cabo los cálculos relacionados con la dinámica de los vehículos ferroviarios, se suele considerar a éstos como si toda su masa estuviese concentrada en un mismo punto, ya que su longitud es despreciable en comparación con la longitud del trazado ferroviario.

En consecuencia, sobre un tren y en un momento determinado pueden actuar diversas fuerzas resistivas que se oponen al avance longitudinal en dirección de la vía. En concreto, la *resistencia total al avance*, R_{ta} , está compuesta por tres tipos de fuerzas resistivas:

- *Resistencia al avance en recta*, R_{ar} . Incluye el rozamiento entre las ruedas y los carriles, rozamientos internos entre las partes móviles y giratorias del tren, resistencia debida a la entrada de aire y resistencia aerodinámica.
- *Resistencia al avance en curva*, R_{ac} . Debida a la unión solidaria entre ruedas y ejes, al paralelismo de los ejes y a la fuerza centrífuga.
- *Resistencia al avance en pendientes y rampas*, R_{ag} . Debida a la acción de la gravedad.

Finalmente se tiene la siguiente expresión para la *resistencia total al avance*, R_{ta} .

$$\boxed{F_{resistencia} = R_{ta} = R_{ar} + R_{ac} + R_{ag}} \quad (A.5)$$

A.3.1 Resistencia al avance en recta.

La *resistencia al avance en recta* depende de la morfología del tren, en concreto, de su masa, de su forma y del área de su sección transversal. También depende, y de forma muy directa, de la velocidad a la que circula.

La *resistencia al avance* en recta se compone de diferentes resistencias:

a) *Resistencia mecánica al avance*, que se considera proporcional a la masa del tren, y a su vez es la suma de:

- Resistencia a la rodadura.
- Resistencia de los rozamientos internos.

b) *Resistencia al avance debida a la entrada de aire* para la refrigeración de los motores y la renovación de aire de los viajeros. Se considera proporcional a la velocidad del tren, puesto que es una medida del flujo de aire que entra en el mismo.

c) *Resistencia aerodinámica al avance*, generada como consecuencia de la interacción entre el tren y el aire circulante con el que choca y lo envuelve. Se compone de:

- Resistencia aerodinámica de presión, constituida por esfuerzos normales al vehículo.
- Resistencia aerodinámica de fricción, constituida por esfuerzos tangenciales al mismo.

La *resistencia al avance en recta* suele expresarse como una función polinómica de segundo grado en función de la velocidad instantánea del vehículo, v . Existen numerosas expresiones empíricas para calcular este valor, siendo la más común la denominada *fórmula de Davis*, que se recoge a continuación.

$$R_{ar} = A + B \cdot v + C \cdot v^2 \quad (A.6)$$

Donde:

- R_{ar} , es la resistencia al avance en recta, (daN).

- v , es la velocidad del tren, (km/h).

- A , es el coeficiente de resistencia mecánico, (daN).

- B , es el coeficiente de resistencia debido a la entrada de aire, (daN /km·h⁻¹) .

- C , es el coeficiente de resistencia aerodinámica, (daN /km²·h⁻²).

A.3.2 Resistencia al avance en curva.

Cuando el tren circula por una curva, aparece una fuerza resistiva longitudinal que se opone al movimiento del vehículo. Su existencia se debe a tres causas concretas:

- a) *Solidaridad de las ruedas y los ejes*. Las ruedas son solidarias con los ejes, por tanto, giran con la misma velocidad angular mientras la rueda externa debe recorrer una mayor longitud en la curva, con lo que aparece una fuerza resistiva.
- b) *Paralelismo de los ejes de un mismo bogie o vagón*. Este paralelismo provoca un deslizamiento transversal en curva para que la rueda se adapte a la vía.
- c) *Fuerza centrífuga*. Da lugar a una resistencia al avance como consecuencia del roce entre el carril y la pestaña de las ruedas.

Empíricamente se ha comprobado que la resistencia *al avance en curva* es proporcional al ancho de la vía, e inversamente proporcional a su radio de curvatura, de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$r_{ac} = \frac{500 \cdot b}{R} \quad (A.7)$$

Donde:

- r_{ac} , es la resistencia específica al avance en curva, (daN/Tm).

- b , es el ancho de vía, (m).

- R , es el radio de curvatura de la vía, (m).

- M , es la masa del tren, (Tm).

Para los anchos de vía ibérico e internacional se han adoptado las siguientes expresiones, [4]-[6], [19].

- Ancho de vía ibérico (1.668 m).

$$r_{ac} = \frac{800}{R} \quad (A.8)$$

- Ancho de vía internacional (1.435 m).

$$r_{ac} = \frac{600}{R} \quad (\text{A.9})$$

A.3.3 Resistencia al avance en pendiente o en rampa.

La fuerza de gravedad terrestre reduce (en las pendientes) o incrementa (en las rampas) la resistencia al avance, de acuerdo con la siguiente figura:

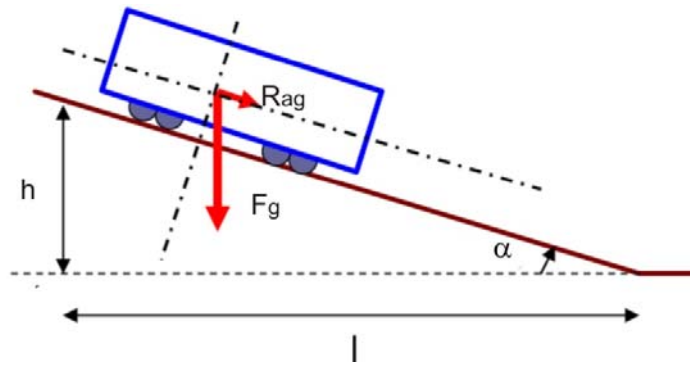


Figura A.1-Pendiente de ángulo α .

La resistencia al avance debida a la fuerza de gravedad tiene la siguiente expresión:

$$R_{ag} = M \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (\text{A.10})$$

Los trazados ferroviarios suelen tener una inclinación muy pequeña para permitir la correcta circulación de vehículos de elevado tonelaje, por tanto, se puede aproximar el seno del ángulo α por su tangente o pendiente, i , dando lugar a la fórmula siguiente:

$$R_{ag} = M \cdot g \cdot \text{sen}(\alpha) \approx M \cdot g \cdot \text{tg}(\alpha) = M \cdot g \cdot i \quad (\text{A.11})$$

Finalmente, la resistencia específica, r_{ag} , expresada en (daN/Tm), resulta ser igual a la pendiente del plano inclinado:

$$\boxed{r_{ag} = i} \quad (\text{A.12})$$

Donde:

- R_{ag} , es la resistencia al avance debida a la fuerza de la gravedad, (daN).

- r_{ag} , es la resistencia específica al avance debida a la fuerza de la gravedad, (daN/Tm).

- g , es la aceleración de la gravedad, 9.81 m/s^2 .

- M , es la masa del tren, (Tm).

- i , es la pendiente (tangente del plano inclinado). Se expresa en (mm/m), (kgf/Tm) ó ‰.

A.3.4 Consideración conjunta de la resistencia al avance en curva y en rampa.

A la vista de las ecuaciones presentadas anteriormente, existe una equivalencia entre la *resistencia al avance en una curva* de un determinado radio, R , y la *resistencia al avance en rampa* con una determinada pendiente, i . Por esta razón se suele trabajar con el denominado perfil ficticio, i' , que evita la necesidad de emplear el perfil real y la planta a la hora de llevar a cabo los cálculos del consumo de potencia.

Se denomina *pendiente o rampa ficticia*, i' , a la que resulta de sumar la pendiente o rampa que realmente existe en el plano inclinado, i , y la rampa equivalente debida a la curva.

$$i' = i + r_{ac} = i + \frac{500 \cdot b}{R} \quad (\text{A.13})$$

A.3.5 Resistencia total al avance.

Finalmente, como consecuencia de todas las fuerzas que actúan en la dirección longitudinal del tren, se tiene la siguiente expresión general de *resistencia total al avance*, R_{ta} .

$$R_{ta} = R_{ar} + M \cdot (r_{ac} + r_{ag}) = A + B \cdot v + C \cdot v^2 + M \cdot \left(\frac{500 \cdot b}{R} + i \right) \quad (\text{A.14})$$

Donde:

- R_{ta} , es la resistencia total al avance, (daN).

- R_{ar} , es la resistencia al avance en recta, (daN).

- r_{ac} , es la resistencia específica al avance en curva, (daN /Tm).

- r_{ag} , es la resistencia específica al avance debida a la fuerza de la gravedad, (daN/Tm).

- M , es la masa del tren.

A.4 Expresión completa de la ecuación del movimiento del tren.

Como consecuencia de la resistencia al avance total y del efecto de las masas giratorias, el *esfuerzo de tracción o de frenado*, F_{tf} , que debe desarrollar el tren presenta la siguiente ecuación final.

$$F_{tf} = F_{inercia} + R_{ta} = C_{mg} \cdot M \cdot a \cdot 10^{-2} + A + B \cdot v + C \cdot v^2 + M \cdot \left(\frac{500 \cdot b}{R} + i \right) \quad (A.15)$$

A.5 Cálculo de la potencia consumida en cada punto del trazado ferroviario.

Finalmente, la potencia consumida por un vehículo ferroviario en cada punto se calcula como el producto del *esfuerzo de tracción o frenado*, F_{tf} , multiplicado por la velocidad de dicho vehículo, v .

$$P_{tf} = \frac{F_{tf} \cdot v}{360} \quad (A.16)$$

Donde:

- P_{tf} , es la potencia que desarrolla el tren para desplazarse, (kW).

- F_{tf} , es el esfuerzo de tracción o frenado desarrollado por el tren, (daN).

- v , es la velocidad del vehículo, (km/h).

Anexo B-Términos ferroviarios

El sector ferroviario, como cualquier otro sector industrial, posee una nomenclatura propia muy extensa, de forma que el lector poco familiarizado con tales términos puede encontrar confusa la lectura de cualquier documento técnico. En este apartado introduciremos todos aquellos términos necesarios para facilitar la lectura del documento, en caso de que sea necesario.

Las definiciones que se recogen a continuación provienen de las referencias [9], [26] y [27], el estándar europeo *EN 50 122-1*, [4], relativo a las “*medidas de protección relacionadas con la seguridad y puesta a tierra eléctrica*” y el estándar *EN 50 122-2*, [5], relativo a las “*protecciones frente a la corrosión provocada por las corrientes vagabundas procedentes de los sistemas de tracción en corriente continua*”.

B.1 Superestructura e infraestructura de vía.

Capa de forma.

Es la capa superior de remate y coronación de la plataforma, que se dispone en algunos casos con el fin de mejorar la capacidad portante de esta última.

Cantón de alimentación.

Tramo de catenaria comprendida entre dos seccionamientos consecutivos.

B.2 Sistemas de alimentación de potencia a la tracción.

Subestación de tracción.

Instalación cuya misión principal es alimentar al sistema de la línea de contacto y en la que la tensión, y en ciertos casos la frecuencia, es transformada a la tensión y frecuencia de la línea de contacto.

Sección de alimentación.

Sección del sistema de alimentación de potencia a la tracción que puede aislarse de otras secciones o feeders por medio de dispositivos de conmutación.

Feeder.

Conexión eléctrica entre la línea de contacto y la subestación.

Punto de alimentación.

Punto en el que los feeders son conectados a la línea de contacto.

Línea de contacto.

Línea eléctrica destinada al suministro de energía eléctrica a los vehículos a través de un equipo captador de corriente.

Sistema de línea aérea de contacto.

Es un sistema constituido por los siguientes elementos:

- Todos los cables aéreos, incluyendo el sustentador, el hilo de contacto y el cable de retorno, el cable de tierra, el cable de guarda, los feeders de alimentación y los feeders de refuerzo montados sobre los apoyos.
- Las cimentaciones, estructuras de apoyo y cualquier elemento de apoyo, atirantados, anclajes o aislamiento de conductores.
- Equipos montados sobre los apoyos para seccionamiento, detección o protección.

Línea aérea de contacto.

Línea de contacto colocada sobre, o al lado del techo de los vehículos, y que les suministra energía eléctrica a través de un equipo captador de corriente situado en el techo de los mismos.

Sustentador.

Cable longitudinal que soporta el o los hilos de contacto.

Hilo de contacto.

Conductor eléctrico de una línea aérea de contacto de la cual toma corriente el equipo captador del vehículo de tracción.

Cable de guarda.

Conductor puesto a tierra y colocado sobre la línea aérea de contacto para la protección contra sobretensiones atmosféricas.

Cable de tierra.

Conductor que conecta todos los apoyos entre sí a tierra o a los carriles para proteger a las personas e instalaciones en el caso de fallo de aislamiento y que también puede ser utilizado como conductor de retorno

Feeder de alimentación.

Conductor aéreo que conecta los sucesivos puntos de alimentación. Parte de la subestación y alimenta en un punto determinado a la línea aérea de contacto.

Feeder de refuerzo.

Conductor aéreo montado sobre la misma estructura que la línea aérea de contacto y conectado a intervalos sucesivos a ella con objeto de aumentar su sección efectiva.

Apoyos.

Elementos que se utilizan para sostener los conductores y aisladores de una línea aérea de contacto.

Postes.

Estructura normalmente destinada a apoyar los soportes, y realizar el tense y atirantado de la línea aérea de contacto

Aislador de sección.

Punto de seccionamiento formado por aisladores insertados en la línea aérea de contacto y con dispositivos que hacen que no se interrumpa la captación de corriente.

B.3 Circuitos de retorno de corriente.

Circuito de retorno.

Todos los conductores que forman el camino previsto para la corriente de retorno de tracción y la corriente bajo condiciones de fallo.

Estos conductores incluyen:

- Carriles de la vía.
- Carriles de retorno de corriente.
- Conductores de retorno.
- Cables de retorno.

Sistema de retorno por la vía.

Sistema en el cual los carriles de la vía forman parte del circuito de retorno

Conductor de retorno.

Conductor que discurre paralelo a la vía y que se conecta a los carriles a intervalos sucesivos con objeto de aumentar su sección efectiva.

Carril conductor de retorno.

Carril de contacto utilizado para la circulación de la corriente de retorno de tracción en lugar de los carriles de rodadura.

Cable de retorno.

Conductor aislado que forma parte del circuito de retorno y que conecta el resto de los circuitos de retorno a la subestación.

Barra cero de cables de retorno.

Es una barra conductora situada en la subestación a la que se conectan todos los cables de retorno.

Unión de junta de carril.

Conductor que asegura la continuidad eléctrica del carril en una junta.

Junta de carril aislada.

Junta de carril que longitudinalmente separa eléctricamente los carriles.

B.4 Puestas a tierra y conexiones.**Tierra.**

Masa conductora de la tierra cuyo potencial eléctrico en cualquier punto convencionalmente se considera de valor cero.

Electrodo de tierra.

Elemento conductor o grupo de partes conductoras íntimamente en contacto que suministran una conexión eléctrica con tierra.

Tierra en el sistema de tracción.

Son los carriles de la vía cuando son utilizados como circuito de retorno en corriente alterna y se conectan a tierra intencionadamente. Se incluyen todos los elementos conectados a ellos.

Tierra de túnel.

Es la interconexión eléctrica entre las armaduras que forman el túnel de hormigón y en el caso de otro tipo de construcción, la interconexión de todas las partes metálicas de la estructura del túnel.

Tierra de la estructura.

La interconexión eléctrica de las armaduras de la estructura, y en caso de otras formas de construcción, la interconexión conductora de todas las partes metálicas. Ejemplos: puentes, viaductos y plataformas armadas de vías.

Puestas a tierra en el sistema de tracción.

Conexión entre partes conductoras y la tierra del sistema de tracción.

Puestas a tierra directas en los sistema de tracción.

Es la conexión directa entre partes conductoras y la tierra del sistema de tracción.

B.5 Tensiones y circuitos eléctricos.

Tensión nominal.

Es el valor de la tensión mediante la cual se designa una instalación o una parte de ella.

Potencial de carril.

Es la tensión entre los carriles de rodadura y la tierra, que aparece en condiciones normales de servicio o en condiciones de fallo, cuando los carriles de la vía se utilizan para transportar la corriente de retorno de tracción.

Tensión accesible.

Es la parte del potencial de carril bajo condiciones de funcionamiento normales que puede ser puenteadas por personas. Convencionalmente se considera el camino de la corriente desde la mano a ambos pies a través del cuerpo o desde una mano a la otra (distancia horizontal de un metro hasta la zona de contacto).

Tensión de contacto.

Tensión de carril bajo condiciones de fallo.

Corriente de retorno de tracción.

La suma de los retornos de las corrientes de tracción que van hacia la subestación o hacia los vehículos en el caso de frenado por recuperación.

Cortocircuito.

Camino conductor accidental o intencionado entre dos o más puntos de un circuito que obliga a la tensión entre esos puntos a tomar un valor relativamente bajo.

Corriente de cortocircuito.

Es la corriente que circula por el cortocircuito.

Situación de fallo.

Situación no intencionada de los aparatos o equipos.

Resistencia del carril a tierra.

Es la resistencia eléctrica entre los carriles de la vía y tierra, (Ω).

Conductancia por unidad de longitud.

Es el valor inverso de la resistencia entre carril y tierra por unidad de longitud, (S/km).

B.6 Captación de corriente.**Captador de corriente.**

Equipo colocado en el vehículo para captar la corriente del hilo de contacto o del carril conductor.

Pantógrafo.

Aparato para la captación de corriente de uno o más hilos de contacto o carril conductor aéreo, constituido por un dispositivo articulado que está diseñado para permitir el movimiento vertical de la mesilla del pantógrafo.

Trole.

Aparato para la captación de la corriente de un hilo de contacto por medio de una rueda con ranura o contacto deslizante montado sobre un mástil movable en cualquier dirección.

Frotador.

Conjunto de aparatos montados para captar la corriente de un carril conductor.

B.7 Disipación de corrientes.**Corrientes vagabundas.**

Es toda corriente que circula por otros caminos diferentes a los previstos para ello.

Zona de corrientes vagabundas.

Zona en la cual las corrientes pueden intercambiarse entre un sistema de tracción en corriente continua y las estructuras metálicas o tierra. Esta zona de corrientes vagabundas puede extenderse hasta una distancia de varios kilómetros.

Corrosión.

Es una reacción química o electroquímica de un metal con su entorno, dando como resultado la progresiva destrucción o degradación del mismo.

Referencias

- [1] Kiessling, Puschmann, Schmieder, Schneider, “Contact Lines for Electric Railways”, 2nd edition. SIEMENS.
- [2] Jean Marc Allenbach, Pierre Chapas, Michel Compte, Roger Kaller, “Traction Électrique”, 2nd edition. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.
- [3] <http://www.adif.es>. Administrador de Infraestructuras Ferroviarias (ADIF).
- [4] Norma EN 50122-1.
- [5] Norma EN 50122-2.
- [6] Ferrocarriles. Universidad Carlos III de Madrid. Departamento de ingeniería mecánica.
- [7] Manuel Melis Maynar, Francisco Javier González Fernández, “Ferrocarriles Metropolitanos”. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
- [8] Francisco Javier González Fernández, Julio Fuentes Losa, “Ingeniería Ferroviaria”. Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- [9] Estudio de potencia básico. Cátedra Electrén. Universidad Carlos III de Madrid. Departamento de Ingeniería Eléctrica.
- [10] Union Internationale des Chemins de Fer-UIC.
- [11] C. Charalambous, I. Cotton, “Influence of soil structures on corrosion performance of floating-DC transit systems”. Electric Power Applications, IET. 2007.
- [12] K.D. Pham, R.S. Thomas, W.E. Stinger, “Analysis of stray current, track-to-earth potentials and substation negative grounding in DC traction electrification system”, Railroad Conference, 2001. Proceedings of the 2001 IEEE/ASME Joint.

- [13] C.S. Chang, L.F. Tian, "Worst-case identification of touch voltage and stray currents of DC railway system using genetic algorithm", Electric Power Applications, IEE Proceedings. 1999.
- [14] Chien-Hsing Lee, "Evaluation of the maximum potential rise in Taipei rail transit systems". Power Delivery, IEEE Transactions on. 2005.
- [15] P. Aylott, I. Cotton, C.A. Charalambous, "Impact and management of stray current on DC rail systems Railway Electrification Infrastructure and Systems". REIS 2009. 4th IET professional Development Course.
- [16] S. Jamali, M.M. Alamuti, M. Savaghebi, "Effects of Different Earthing Schemes on the Stray Current in Rail Transit Systems", Universities Power Engineering Conference, 2008. UPEC 2008. 43rd International.
- [17] Ian Cotton, Charalambos Charalambous, Pete Aylott, Petra Ernst, "Stray Current Control in DC Mass Transit Systems", Vehicular Technology, IEEE Transactions. 2005.
- [18] R. Fotouhi, S. Farshad, S.S Fazel, "A new novel DC booster circuit to reduce stray current and rail potential in DC railways". Compatibility and Power Electronics, 2009. CPE '09.
- [19] J.G. Yu, C.J. Goodman, "Modelling of Rail Potential Rise and Leakage Current in DC Rail Transit Svstems". Stray Current Effects of DC Railways and Tramways, IEE Colloquium.
- [20] M. Brenna, A. Dolara, S. Leva, D. Zaninelli, "Effects of the DC stray currents on subway tunnel structures evaluated by FEM Analysis", Power and Energy Society General Meeting, 2010 IEEE.
- [21] John J. Grainger, William D. Stevenson Jr., "Análisis de sistemas de potencia". McGraw-Hill, 1996.
- [22] J.G. Yu, "The effects of earthing strategies on rail potential and stray currents in DC transit railways", Developments in Mass Transit Systems, 1998. International Conference.
- [23] Paul, D. "DC traction power system grounding", Industry Applications, 2001, IEEE Transactions.
- [24] R. Fotouhi, S. Farshad, "A New Novel Power Electronic Circuit to Reduce Stray Current and Rail Potential in DC Railway", Power Electronics and Motion Control Conference, 2008. EPE-PEMC 2008. 13th.

- [25] Griffiths, Keith; "Stray Current Control - An Application of Ohm's Law", EMC in Railways, 2006. The Institution of Engineering and Technology Seminar.
- [26] Alberto García Álvarez, "Dinámica de los trenes en alta velocidad", Grupo de estudios e investigación de energía y emisiones del ferrocarril. Grupos de estudios e investigación de explotación técnica y económica del transporte. 6ª edición. 2010.
- [27] Mario León. "Diccionario de tecnología ferroviaria". Editorial Díaz de Santos. 2005.